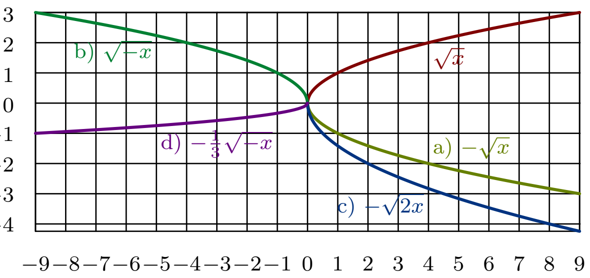
b) x wird durch $-x$ ersetzt, also Streckung in x-Richtung mit Faktor $\frac{1}{-1} = -1$, d.h. Spiegelung an der y-Achse.

c) Ausgehend von $-\sqrt{x}$ wird x durch $2x$ ersetzt, d.h. es wird mit Faktor $\frac{1}{2}$ in x-Richtung gestreckt. Man könnte auch schreiben $-\sqrt{2x} = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{x}$, d.h. der «normale» Wurzelfunktionsgraph wird mit Faktor $-\sqrt{2}$ in y-Richtung gestreckt.

d) Ausgehend von $\sqrt{-x}$ wird der Funktionsgraph mit Faktor $-\frac{1}{3}$ in y-Richtung gestreckt.



Lösung zu Aufgabe 15.24 ex-scheitelpunkt-allgemein

a) $f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$ Der Faktor a bewirkt eine Streckung in y-Richtung, ändert also die x-Koordinate des Scheitelpunktes nicht. Die x-Koordinate ist also die gleiche wie von der Parabel $f(x) = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$, also $-\frac{b}{2a}$.

b) Wenn es Lösungen gibt, sind dies die Schnittpunkt der Parabel mit der x-Achse (dort wo der y-Wert eben Null ist).

c) $x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) = \frac{1}{2}\frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{2a}$.
Die Symmetrieachse der Parabel ist parallel zur y-Achse und geht durch den Scheitelpunkt. Wenn es also Schnittpunkte mit der x-Achse gibt, sind diese gleich weit von der Symmetrieachse entfernt. Der Scheitel liegt also dazwischen, d.h. dessen x-Koordinate ist der Durchschnitt der x-Achsenschnittpunkte.

Lösung zu Aufgabe 15.25 ex-gleichungen-faktorisieren-repe
Ein Produkt ist genau dann Null, wenn mindestens einer seiner Faktoren Null ist.

a) $x(x^2+2x+1)(x-1)(x-2) = 0 \quad\Leftrightarrow\quad x(x+1)^2(x-1)(x-2) = 0$. Also $x_1 = 0$, $x_2 = -1$, $x = 1$, $x = 2$.

b) $x^3 - 7x^2 + 12x = 0 \quad\Leftrightarrow\quad x(x^2-7x+12) = 0 \quad\Leftrightarrow\quad x(x-3)(x-4) = 0$. Also $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$.

c) $(x^2-2)(x^3-x) = 0 \quad\Leftrightarrow\quad (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) \cdot x \cdot (x-1)(x+1) = 0$ Also $x_1 = -\sqrt{2}$, $x_2 = \sqrt{2}$, $x_3 = 0$, $x = 1$, $x = -1$.

d) $x^4 + 4 = 4x^2 \quad\Leftrightarrow\quad x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \quad\Leftrightarrow\quad (x^2-2)^2 = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \left((x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})\right)^2 = 0$. Also $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$.

Lösung zu Aufgabe 15.26 ex-textaufgaben-quadr-gleichung-repe

(a) Beim Loslassen hat der Ball die Höhe $h(0) = 1$ Meter über dem Boden.
Wir suchen t so, dass $h(t) = 8$. Das ergibt eine Gleichung für t:

$$\begin{aligned} 1 + 12t - 5t^2 &= 8 && \mid -1 - 12t + 6t^2 \\ 0 &= 5t^2 - 12t + 7 \\ t_{1,2} &= \frac{12 \pm \sqrt{144-140}}{10} = \frac{12 \pm 2}{10} = \frac{6 \pm 1}{5} \end{aligned}$$

Damit erhalten wir zwei Lösungen $t_1 = 1$ und $t_2 = 1.4$. Die erste Lösung ist die gesuchte, die zweite Lösung ist der Zeitpunkt, zu der der Ball wieder auf die Höhe von 8 m zurückfallen würde, wenn die Decke nicht da wäre.