



✂ **Aufgabe 14.9**

- a) Folgern Sie aus den Potenzgesetzen für rationale Exponenten die drei Wurzelgesetze für  $n$ -te Wurzeln in der obigen Merkebox.
- b) Zeigen Sie, dass  $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$  gilt.

✂ **Aufgabe 14.10** Schreiben Sie das Resultat als eine einzige Potenz mit einem rationalen Exponenten. Empfehlung: Ersetzen Sie alle Wurzelausdrücke durch geeignete Potenzen.

Beispiel:  $\sqrt{x \cdot \sqrt{x}} = \left(x \cdot x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{4}}$

- a)  $x^2 \cdot \sqrt{\sqrt{x}}$
- b)  $\sqrt{\sqrt{x^3}}$
- c)  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\sqrt{x}}}$
- d)  $x^2 \cdot \frac{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{\frac{x}{\sqrt{\sqrt{x}}}}}{\sqrt{x^5} \cdot x}$
- e)  $\frac{(\sqrt{x} \cdot x^{\frac{1}{4}})^3}{(\sqrt{x^3})^{\frac{1}{2}}}$
- f)  $\sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x}}}}$

✂ **Aufgabe 14.11** Bei der temperierten Klavierstimmung ist das Verhältnis der Frequenzen zweier aufeinanderfolgender Halbtöne immer gleich (z.B. von e zu f). Für die Oktave (12 Halbtöne) ist das Frequenz-Verhältnis 1 : 2. Mit welchem Faktor  $\lambda$  muss die Frequenz eines Tones multipliziert werden, damit der Ton einen Halbton höher wird? *Hinweis: Tut man dies 12 Mal, erhält man eine Oktave, also eine Frequenz-Verdoppelung. Stellen Sie damit eine Gleichung für  $\lambda$  auf. Potenzieren Sie diese Gleichung mit einem geeigneten Exponenten (oder ziehen Sie eine geeignete Wurzel), um sie aufzulösen.*

✂ **Aufgabe 14.12** Vereinfachen Sie und schreiben Sie das Resultat als eine einzige Potenz von  $x$  mit rationalem Exponenten:

- a)  $\sqrt{\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[2]{x^5}}$
- b)  $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{\sqrt[3]{x}}{\frac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[8]{x^5}}}}$
- c)  $\left(\sqrt[5]{x^{-\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{3}{5}}$
- d)  $\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{x}}}$
- e)  $\frac{\sqrt[3]{x}}{\frac{\sqrt[4]{x}}{\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[6]{x}}}}$
- f)  $\sqrt[n]{x \cdot \sqrt[n]{x \cdot \sqrt[n]{x \cdot \sqrt[n]{x}}}}$

✂ **Aufgabe 14.13**

- a) Die Schweizer Nationalbank gibt zur Zeit (November '16) Bundesanleihen mit einer Laufzeit von 42 Jahren heraus. Der gesamte Zins (mit Zinseszins über die 42 Jahre) beläuft sich auf 23.3%. Wie gross ist der jährliche Zinssatz?  
*Hinweis: Stellen Sie eine Gleichung für den jährlichen Zinssatz auf, isolieren Sie dann die Potenz und potenzieren Sie dann die Gleichung auf beiden Seiten mit einem geeigneten Exponenten. Siehe auch [http://www.snb.ch/de/ifor/finmkt/chmarket/id/finmkt\\_chmarket\\_fedbonds](http://www.snb.ch/de/ifor/finmkt/chmarket/id/finmkt_chmarket_fedbonds).*
- b) Mit welchem Streckfaktor  $\lambda$  muss ein Würfel gestreckt werden, damit sich sein Volumen halbiert? Anwendung: Ein Würfel mit Kantenlänge 10 cm hat ein Volumen von 1 l. Welche Kantenlänge hat ein Würfel von 0.5 l Volumen? Schätzen Sie, bevor Sie rechnen!
- c) Eine Quinte ist ein Tonabstand von 7 Halbtönen. Wird eine Violine nach Gehör gestimmt, werden die Quinten (Tonabstand zweier nebeneinander liegender Saiten) rein gestimmt («reine Stimmung»). Das Frequenzverhältnis ist genau  $3 : 2 = 1.5$ . Das Klavier hingegen ist temperiert gestimmt (siehe Aufgabe 14.11). Wenn man annimmt, dass das Kammer-a (a1) beider Instrumente auf genau 440 Hz gestimmt ist: Wie viel Prozent höher ist die Frequenz der reinen Quinte darüber (e2) gegenüber der temperierten Quinte?  
*Zusatzaufgabe: Mit Hilfe eines Computers (z.B. mit GeoGebra) schätzen Sie die Frequenz der entstehenden Schwebung ab, wenn beide Instrumente das e2 spielen. Können Sie diese Frequenz exakt berechnen?*