12.4 Lösungen

Hinweise zu den Symbolen:

Diese Aufgaben könnten (mit kleinen Anpassungen) an einer Prüfung vorkommen. Für die Prüfungsvorbereitung gilt: "If you want to nail it, you'll need it".

Diese Aufgaben sind wichtig, um das Verständnis des Prüfungsstoffs zu vertiefen. Die Aufgaben sind in der Form aber eher nicht geeignet für eine Prüfung (zu grosser Umfang, nötige «Tricks», zu offene Aufgabenstellung, etc.). **Teile solcher Aufgaben können aber durchaus in einer Prüfung vorkommen!**.

Diese Aufgaben sind dazu da, über den Tellerrand hinaus zu schauen und/oder die Theorie in einen grösseren Kontext zu stellen.

Lösung zu Aufgabe 12.8 ex-dreiecksflaechen-strecken

a)-d) : Die Dreiecksfläche ist $F = \frac{g \cdot h}{2}$, wobei g eine Grundseite und h die zugehörige Höhe ist.

Es gelten $g' = \lambda g$ und $h' = \lambda h$ (die zweite Gleichung verwendet die Ähnlichkeit der beiden Dreiecke «links» der beiden Höhen h und h'; da die dem Höhenfusspunkt gegenüberliegende Seite mit dem Faktor λ gestreckt wird, ist der Streckfakor zwischen diesen beiden Dreiecken ebenfalls λ), also $F' = \frac{g' \cdot h'}{2} = \frac{\lambda g \cdot \lambda h}{2} = \lambda^2 \frac{g \cdot h}{2} = \lambda^2 F$.

Damit sind die Antworten: a) 9, b) 16, c) $\frac{1}{100}$ und d) λ^2.

e): Jedes Viereck lässt sich in zwei Dreiecke zerlegen. Damit ist die Antwort ebenfalls λ^2.

f): Sei s die Seitenlänge. Es gilt $s' = \frac{1}{2}s$. Damit ist $V' = s'^3 = (\frac{1}{2}s)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 s^3 = \frac{1}{2^3}V = \frac{1}{8}V$. Das Volumen wird also mit dem Faktor $\frac{1}{8}$ multipliziert.

Für die neue Oberfläche gilt $O' = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}s\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 6s^2 = \frac{1}{2^2}O = \frac{1}{4}O$. Die Oberfläche wird also mit dem Faktor $\frac{1}{2}^2 = \frac{1}{4}$ multipliziert.

g): Sei s die Seitenlänge. Es gilt $s' = \lambda s$. Damit ist $V' = s'^3 = (\lambda s)^3 = \lambda^3 s^3 = \lambda^3 V$. Das Volumen wird also mit dem Faktor λ^3 multipliziert.

Für die Oberfläche gilt $O' = 6 \cdot (\lambda s)^2 = \lambda^2 6s^2 = \lambda^2 \cdot O$. Die Oberfläche wird also mit dem Faktor λ^2 multipliziert.

Lösung zu Aufgabe 12.9 ex-dina-papier

a) Fläche wird verdoppelt, also $\lambda^2 = 2$ und damit $\lambda = \sqrt{2}$. (Die negative Lösung der Gleichung ignorieren wir hier.)

b) Sei ℓ die längere Seite (alias Länge) und b die kürzere Seite (alias Breite) eines A5-Blatts.
Nach der vorigen Teilaufgabe hat das A4-Blatt die Breite $\sqrt{2}b$ und diese ist (wegen des Nebeneinanderlegens) so gross wie die Länge ℓ des A5-Blatts, d.h.

$$\ell = \sqrt{2}b$$

Das gesuchte Verhältnis ist also

$$\frac{\ell}{b} = \frac{\sqrt{2}b}{b} = \sqrt{2}.$$

Alternative (über die Länge statt die Breite des A4-Blatts): Nach der vorigen Teilaufgabe hat das A4-Blatt die Länge $\sqrt{2}\ell$ und diese Länge ist das Doppelte der Breite des A5-Blatts, d.h. $\sqrt{2}\ell = 2b$ oder gleichbedeutend $\ell = \frac{2}{\sqrt{2}}b = \sqrt{2}b$. Das gesuchte Verhältnis ist also $\frac{\ell}{b} = \frac{\sqrt{2}b}{b} = \sqrt{2}$.

c) In der Aufgabenstellung steht ja bereits, dass dieses Verhältnis dassselbe ist wie beim A4-Blatt, welches wir gerade berechnet haben, also $\sqrt{2}$. Wer nochmal rechnen will: Mit der Notation der vorigen Teilaufgabe ist das gesuchte Verhältnis $\frac{\sqrt{2}\ell}{\sqrt{2}b} = \frac{\ell}{b} = \sqrt{2}$.