d) Aus den vorigen Teilaufgaben folgt: Bei allen A-Bögen beträgt das Verhältnis von längerer zu kürzerer Seite $\sqrt{2}$.
Sei x die kurze Seite eines A0-Blatts in m. Die Länge seiner langen Seite ist damit $\sqrt{2}x$. Da seine Fläche $1\ m^2$ ist, folgt

$$\begin{aligned} x \cdot \sqrt{2}x &= 1 && \mid : \sqrt{2} \\ x^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x &= \pm\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}} \approx \pm 0.8409 \end{aligned}$$

Die negative Zahl ist geometrisch sinnlos. Also beträgt die Länge der kurzen Seite ungefähr 0.8409 m und die der langen Seite ungefähr $\sqrt{2} \cdot 0.8409 = 1.1892$ m.

Lösung zu Aufgabe 12.10 ex-erde-mond-volumen

Streckungsfaktor $\lambda = 3.67$. Die Oberfläche ist damit $\lambda^2 \approx 13.47$ mal grösser, das Volumen $\lambda^3 \approx 49.43$ mal grösser.

Lösung zu Aufgabe 12.11 ex-sektglas

Die verschiedenen Füllstände des Glases entsprechen verschiedenen Kegeln, die durch Streckung ineinander übergeführt werden können. Das volle Glas muss so gestreckt werden, dass sich das Volumen halbiert. Für den Streckungsfaktor gilt also:

$$\begin{aligned} \lambda^3 &= \frac{1}{2} && \mid \sqrt[3]{\cdot} \\ \lambda &= \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \approx 0.7937 \end{aligned}$$

Das Glas muss also bis knapp 80% der Höhe gefüllt werden!

Bemerkung: Die hier verwendete *dritte Wurzel* $\sqrt[3]{a}$ *einer reellen Zahl* a ist per Definition diejenige reelle Zahl, deren dritte Potenz a ist.

Lösung zu Aufgabe 12.12 ex-gartenzwerge

Durch Streckung mit dem Faktor $\lambda = \frac{3}{2}$ bzw. $\mu = 2$ erhält man aus dem kleinen Model das mittlere, bzw. das grosse. Das Volumen und damit das Gewicht wird also mit λ^3 bzw. μ^3 multipliziert.

Gewicht 15 cm Modell: $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot 0.6$ kg $= \frac{27}{8} \cdot 0.6$ kg $= 2.025$ kg.

Gewicht 20 cm Modell: $2^3 \cdot 0.6$ kg $= 4.8$ kg.

Vom grossen Modell zu den anderen sind die Streckfaktoren $\lambda = \frac{1}{2}$ bzw. $\mu = \frac{3}{4}$. Die Oberflächen und damit der Farbbedarf werden also mit λ^2 bzw. μ^2 multipliziert.

Farbe für das 15 cm Modell: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 50$ ml $= 28.125$ ml

Farbe für das 10 cm Modell: $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 50$ ml $= 12.5$ ml.

Lösung zu Aufgabe 12.13 ex-dina-quader

Gemeint ist, dass alle Quader der „3-dimensionalen A-Serie“ zueinander ähnlich sein sollen und je zwei entlang der grössten Seitenfläche nebeneinandergelegte Quader den nächsten Quader (mit der um eins kleineren Nummer) ergeben sollen und das Volumen des A0-Quaders $1\ m^3$ sein soll (dies ist eine Normierung).

Der Streckfaktor ist $\lambda = \sqrt[3]{2}$.

Wenn der A5-Quader die Seitenlängen $a \leq b \leq c$ hat, so hat der A4-Quader die Seitenlängen $b \leq c$ und $2a$ (wegen der Nebeinanderlegprozedur). Auf Grund der Ähnlichkeit der beiden Quader muss $c \leq 2a$ gelten (genaues Argument dem Leser überlassen). Da der A4-Quader durch Streckung mit dem Faktor $\sqrt[3]{2}$ aus dem A5-Quader entsteht, (hat er die Seitenlängen $\sqrt[3]{2}a \leq \sqrt[3]{2}b \leq \sqrt[3]{2}c$ und somit) muss gelten

$$b = \sqrt[3]{2}a \text{ und } c = \sqrt[3]{2}b = \sqrt[3]{2}^2 a = \sqrt[3]{4}a$$

Ist x die kürzeste Seitenlänge des A0-Quaders (in Metern gemessen), so sind seine anderen Seitenlängen $\sqrt[3]{2}x$