



2 Terme

Ein wichtiger Teil des mathematischen «Handwerks» besteht darin, Terme umzuformen. Dazu müssen einerseits die Rechengesetze der reellen Zahlen verinnerlicht sein, und andererseits muss auch «die Natur» komplizierter Terme sofort erfasst werden können. Ziel dieses Kapitels ist letztere Fähigkeit zu schulen.

Ein **Term** in der Mathematik lässt sich wie folgt definieren:

- Jede Zahl und jede Variable ist ein Term. Z.B. 42, oder a , oder β .
- Eine Verknüpfung von Termen ist ein Term. Verknüpfungen sind z.B. die Grund-Rechenoperationen, Klammern, Gegenzahlbildung, Potenzen, Beträge (und später auch Funktionen, wie z.B. \sqrt{x}).

Beispiele für Terme:

$$\frac{\alpha^{2+\gamma}}{x+2} \quad x \quad -a^2 - (b^2 - c^2)$$

Folgende Dinge sind keine Terme:

$$(a + b \quad 4 + a + \quad \frac{-5+}{\quad}$$

weil Klammern nicht geschlossen oder Operationszeichen keine Terme verbinden.

2.1 Gleichheit und Äquivalenz von Termen

Die Terme ab und ba sind zuerst einmal verschiedene Terme. Erst wenn man festlegt, worauf sich die Terme beziehen (in unserem Fall vorerst immer die reellen Zahlen \mathbb{R}), kann man sagen, dass für jede mögliche Ersetzung der Variablen durch reelle Zahlen (oder weitere Terme, die reelle Zahlen ergeben) die Terme äquivalent (gleichwertig) sind. Oder mit anderen Worten:

$$ab = ba \quad \Leftrightarrow \quad \text{Das Kommutativgesetz gilt für die Multiplikation.}$$

Es gibt durchaus mathematische Konstrukte der Multiplikation, die nicht kommutativ sind.

Der Einfachheit halber werden wir weiter von Gleichheit von ab und ba sprechen.

Merke Variablen stehen auch für Terme

Termumformungen sind auch dann gültig, wenn **Variablen durch Terme ersetzt** werden (und nicht nur durch Zahlen).

Das Potenzgesetz $(a \cdot b)^e = a^e \cdot b^e$ gilt nicht nur, wenn man für a , b und e Zahlen einsetzt, sondern auch wenn man z.B. für $a = (x - y^z)$ und $b = \frac{c}{d}$ einsetzt. Es heisst dann

$$\left((x - y^z) \cdot \frac{c}{d} \right)^e = (x - y^z)^e \cdot \left(\frac{c}{d} \right)^e$$

Beachten Sie die Klammern um den Bruch!

Merke Schutzklammern

Ersetzt man Variablen durch Terme (typischerweise bei der Anwendung von Umformungsregeln), ist es oft nötig (und i.A. empfohlen!), um die Ersetzung Klammern zu setzen.

Beispiel: $ab = ba$, Ersetzung: $a = c + d$

$$\text{korrekt: } (c + d) \cdot b = b \cdot (c + d) \quad \text{falsch: } c + d \cdot b \neq b \cdot c + d$$