



	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°
cos(α)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
sin(α)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
tan(α)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	n.d.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	n.d.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

In der obigen Tabelle steht «n.d.» für «nicht definiert» (vertikale Geraden!).

✂ Lösung zu Aufgabe 13.9 ex-trig-im-dreieck-vorwaerts

- a) a ist die Gegenkathete bezüglich dem Winkel α . Also $\frac{a}{c} = \sin(\alpha)$ also $c = \frac{a}{\sin(\alpha)} \approx 11.69521760 \approx 11.70$. Die Seite b kann nun entweder mit dem Satz von Pythagoras oder mit dem Tangens berechnet werden (oder auch mit dem Cosinus): $\frac{a}{b} = \tan(\alpha)$ also $b = \frac{a}{\tan(\alpha)} \approx 10.989909 \approx 10.99$.
- b) a ist die Ankathete von β , also $\cos(\beta) = \frac{a}{c}$ und damit $a = c \cdot \cos(\beta) \approx 1.92836282 \approx 1.928$.
 b ist die Gegenkathete von β , also $\sin(\beta) = \frac{b}{c}$ und damit $b = c \cdot \sin(\beta) \approx 2.298133329 \approx 2.298$.
- c) b ist die Ankathete zum Winkel α , also $\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$ und damit $c = \frac{b}{\cos(\alpha)} \approx 6.10387294 \approx 6.104$
Achtung: Wird mit c weiter gerechnet, ist unbedingt das **ungerundete** Resultat zu verwenden! Ansonsten können Rundungsfehler auftreten!
 $a = \sqrt{c^2 - b^2} \approx 3.501037 \approx 3.501$.
- d) a ist die Ankathete zum Winkel β , also $\cos(\beta) = \frac{a}{c}$ und damit $c = \frac{a}{\cos(\beta)} \approx 3.48689359 \approx 3.487$.
 $\tan(\beta) = \frac{b}{a}$ also $b = a \cdot \tan(\beta) \approx 2.8562960 \approx 2.856$.

✂ Lösung zu Aufgabe 13.10 ex-trig-im-dreieck-textaufgaben-vorwaerts

- a) Man betrachtet das rechtwinklige Dreieck mit Hypotenuse parallel zur Flugrichtung und vertikaler (Gegen-)Kathete $a = 1$ [in m] und den ihr gegenüberliegenden Winkel 7° . Gesucht ist die Länge der horizontalen (An-)Kathete b (in Metern). Also $\tan(7^\circ) = \frac{a}{b}$ und damit beträgt die Gleitzahl $b = \frac{a}{\tan(7^\circ)} = \frac{1}{\tan(7^\circ)} \approx 8.144346 \approx 8.144$.
Die Gleitzahl ist der Quotient von Ankathete durch Gegenkathete, d.h. die Cotangens-Funktion, denn

$$\text{Gleitzahl} = \frac{1}{\text{Tangens}} = \frac{1}{\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} \stackrel{\text{Definition des Cotangens}}{=} \text{Cotangens.}$$

Diese Zahl ist für Gleitschirmflieger sinnvoll, denn sie gibt an, wie weit man horizontal fliegt, wenn man einen Höhenmeter sinkt.

- b) Die Höhe h des Turm ist die Gegenkathete vom Blickwinkel. Gesucht ist die horizontale Distanz, also die Ankathete d . Damit gilt $\tan(20^\circ) = \frac{h}{d}$ d.h. $d = \frac{h}{\tan(20^\circ)} \approx 2280.40625 \approx 2280$ m.
- c) Betrachte das rechtwinklige Dreieck, dass von den Pfeilen \vec{F}_G und \vec{F}_{HA} und der Verbindung der Spitzen dieser Pfeile gebildet wird. Leicht überlegt man sich, dass der Winkel bei der Spitze des Pfeils \vec{F}_G genauso gross wie α ist. Folglich gilt $\sin(\alpha) = \frac{F_{HA}}{F_G}$, was genau dem gesuchten Verhältnis entspricht:
 $\frac{F_{HA}}{F_G} = \sin(10^\circ) \approx 0.1736481776 \approx 17.36\%$.

✂ Lösung zu Aufgabe 13.11 ex-arcusfunktionen-von-hand

Erklärungen siehe unten.

- | | | | |
|---------|--------|---------|---------|
| a) 0° | b) 90° | c) 0° | d) 90° |
| e) 0° | f) 45° | g) -90° | h) 180° |
| i) -45° | j) 45° | k) 120° | l) 60° |

Teilaufgaben (a) bis (i) sollten offensichtlich sein.

Für (j) und (l) berechne man mit Pythagoras die fehlende Seite des hoffentlich offensichtlichen rechtwinkligen Dreiecks. Bei (j) erhält man ein gleichschenkliges Dreieck.

Zu (k) und (l): Bekannt ist hoffentlich, dass in jedem 30°-60°-90°-Dreieck die kürzere Kathete (= die dem 30°-Winkel gegenüberliegende Kathete) halb so lang ist wie die Hypotenuse. Die Umkehrung gilt aber auch: Ist