Merke 15.8 Rotation

Rotiert man einen Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ um den Winkel α, so erhält man den Vektor

$$\vec{v'} =$$

15.3 Repetitionsaufgaben

Aufgabe 15.18 Gegeben sind drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Zeichnen Sie die drei Vektoren im Schrägbild als Ortsvektoren ein.

b) Bestimmen Sie die Komponenten von $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ und $\vec{e} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$.

c) Bestimmen Sie die exakten Längen der Vektoren als Wurzelterme.

d) Bestimmen Sie die Komponenten des Vektors $\vec{f}$ mit Länge 4 und gleicher Richtung wie $\vec{a}$.

e) Bestimmen Sie die Komponenten des Vektors $\vec{e}$ nach einer Drehung um $-90°$ um die x-, bzw. y-, bzw. z-Achse.

Aufgabe 15.19 Von einem Würfel $ABCDEFGH$ kennt man den Punkt $A = (-2, 3, -1)$ und die drei Nachbarpunkte $B = (-1, 5, -3)$, $D = (0, 4, 1)$ und $E = (0, 1, -2)$.

Die Punkte $ABCD$ bilden ein Quadrat, die Punkte $EFGH$ ebenfalls, wobei E Nachbar von A, F von B und G von C ist.

Machen Sie eine Skizze der Situation.

Überprüfen Sie, ob die Abstände der Punkte korrekt sind (d.h. ob es sich überhaupt um Eckpunkte eines Würfels handeln kann).

Berechnen Sie anschliessend die Koordinaten der fehlenden Punkte.

Aufgabe 15.20 Gegeben sind die Punkte $A = (-2, 1)$ und $B = (3, -1)$.

a) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C, die mit A, B ein gleichseitiges Dreieck bilden.

b) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C und D, die mit A, B ein Quadrat bilden.

c) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C, die mit A, B ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck bilden, wobei AB die Hypotenuse sein soll.

Aufgabe 15.21 Zeichnen Sie die den Punkt $A = (2, 3, 1)$ im Schrägbild ein. Von einem Punkt B weiss man, dass er die x-Koordinate 4 hat und sein Bild im Schrägbild genau auf dem Bild von A liegt. Bestimmen Sie durch Konstruieren und Ablesen seine y- und z-Koordinaten.

Überprüfen Sie Ihre Konstruktion und Abschätzung, indem Sie die zweidimensionalen Komponenten der dreidimensionalen Einheitsvekoren aufschreiben und entsprechend addieren. Z.B. ist $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$.

Das Bild von A ist dann $2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$.