Daraus ist sofort ersichtlich, dass die Kanten alle die gleiche Länge haben. Es müsste noch überprüft werden, ob die Kanten auch rechtwinklig aufeinander stehen. Dazu fehlt uns z.Z. aber noch ein Hilfsmittel.
Es gilt nun z.B. $\vec{BC} = \vec{k}_2$ oder $\vec{DC} = \vec{k}_1$. Und damit z.B.
$\vec{OC} = \vec{OD} + \vec{DC} = \begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\6\\-1\end{pmatrix}$. Also $C = (1, 6, -1)$.
Die Punkte F, G und H erhält man, indem man die Punkte B, C und D um $\vec{k}_3$ verschiebt:
$F = (1, 3, -4)$, $G = (3, 4, -2)$ und $H = (2, 2, 0)$.

Lösung zu Aufgabe 16.17 ex-repevektor-ebene-figuren

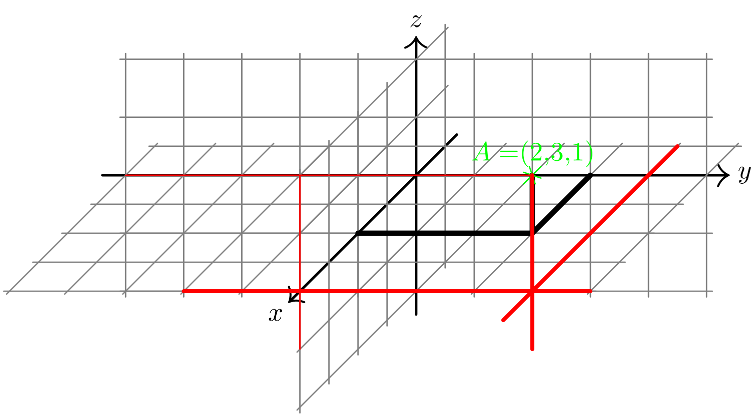
a) Die Höhe im gleichseitigen Dreieck mit Seitenlänge s ist $\frac{\sqrt{3}}{2}s$ (Pythagoras). Sei $\vec{v} = \vec{AB} = \begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix}$ und $\vec{u} = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ ein dazu rechtwinkliger Vektor mit gleicher Länge $s = |\vec{v}| = |\vec{u}|$.
Damit ist $\vec{OC} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{v} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{u}$. Eingesetzt:
$$\vec{OC} = \begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-1\end{pmatrix} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1}{2} \pm \sqrt{3}\\ \pm\frac{5\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}.$$

b) Sei $\vec{u}$ wie oben. Also sind $\vec{OC} = \vec{OB} \pm \vec{u}$ und $\vec{OD} = \vec{OA} \pm \vec{u}$. In Zahlen:
$$\vec{OC} = \begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{OD} = \begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$$
Also $C_1 = (5, 4)$, $D_1 = (0, 6)$ oder $C_2 = (1, -6)$, $D_2 = (-4, -4)$.

c) Die Höhe im rechtwinklig gleichschenkligen Dreieck mit Hypotenuse c ist $h = \frac{1}{2}c$. Damit ist $\vec{OC} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{v} \pm \frac{1}{2}\vec{u}$. Eingesetzt:
$$\vec{OC} = \begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-1\end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix}1\\\frac{5}{2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1}{2} \pm 1\\ \pm\frac{5}{2}\end{pmatrix}.$$

Lösung zu Aufgabe 16.18 ex-repevektor-koordinaten-einzeichen-ablesen

Auf der xy-Ebene (bzw. auf der xz-Ebene) zeichnet man die Gerade $x = 6$ (d.h. alle Punkte mit x-Koordinate 4). Diese Gerade schneidet man mit einer Parallelen zu z-Achse (bzw. y-Achse), um so die Stützlinien zu konstruieren.
Damit liest man ab: $B = (4, 4, 2)$



Die Einheitsvektoren im Schrägbild sind:
$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix}-0.5\\-0.5\end{pmatrix} \qquad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad \vec{e}_3 = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$
und damit hat das Bild von A den Ortsvektor $2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 = 2\begin{pmatrix}0.5\\0.5\end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$
Das Bild von B hat den Ortsvektor $4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 = 4\begin{pmatrix}0.5\\0.5\end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$