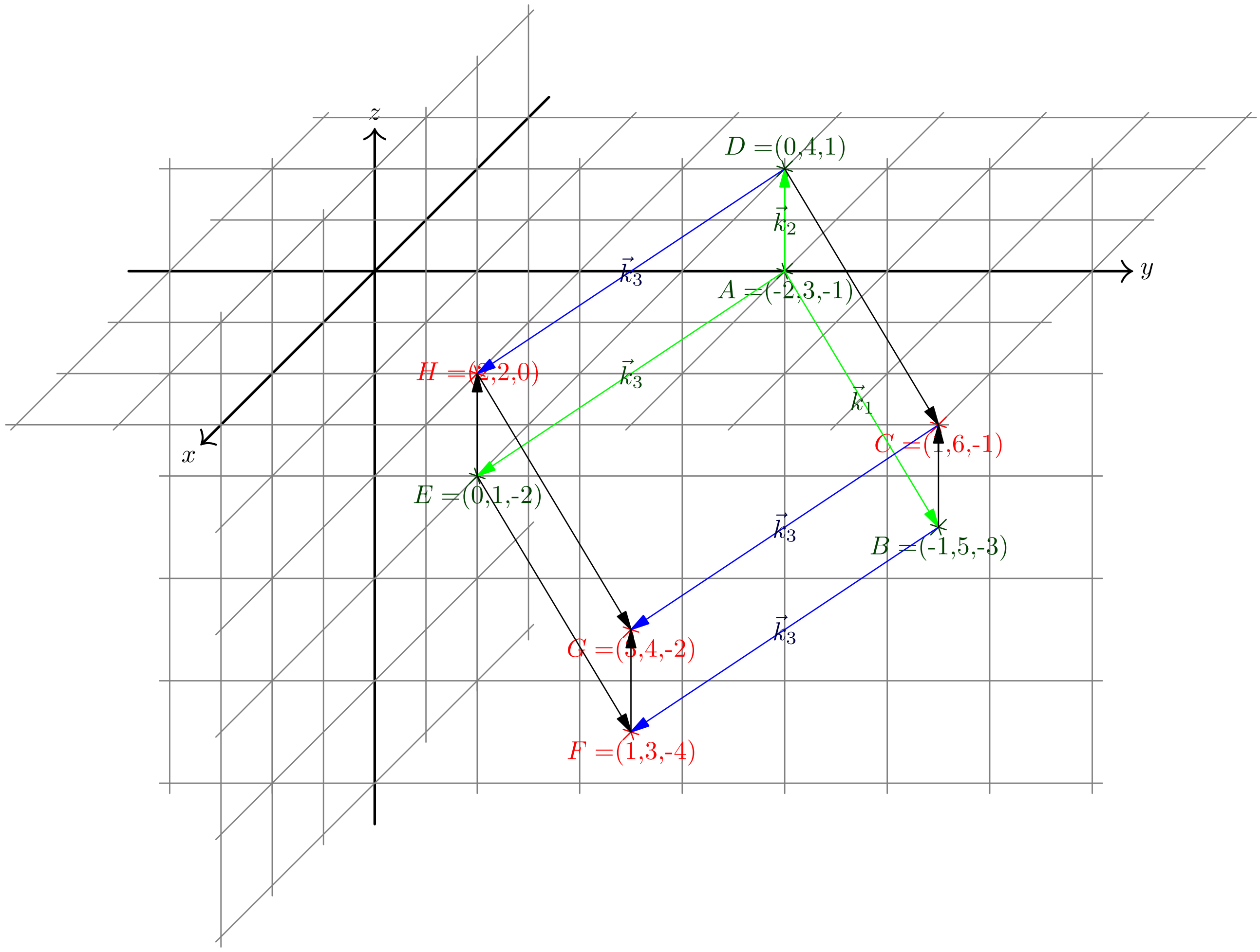

Man berechnet erst die Vektoren der Kanten:

$$\vec{k}_1 = \vec{AB} = \begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix} \qquad \vec{k}_2 = \vec{AD} = \begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix} \qquad \vec{k}_3 = \vec{AE} = \begin{pmatrix}2\\-2\\-1\end{pmatrix}$$

Daraus ist sofort ersichtlich, dass die Kanten alle die gleiche Länge haben. Es müsste noch überprüft werden, ob die Kanten auch rechtwinklig aufeinander stehen. Dazu fehlt uns z.Z. aber noch ein Hilfsmittel.
Es gilt nun z.B. $\vec{BC} = \vec{k}_2$ oder $\vec{DC} = \vec{k}_1$. Und damit z.B.
$\vec{OC} = \vec{OD} + \vec{DC} = \begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\6\\-1\end{pmatrix}$. Also $C = (1, 6, -1)$.
Die Punkte F, G und H erhält man, indem man die Punkte B, C und D um $\vec{k}_3$ verschiebt:
$F = (1, 3, -4)$, $G = (3, 4, -2)$ und $H = (2, 2, 0)$.

Lösung zu Aufgabe 16.20 ex-repevektor-ebene-figuren

a) Die Höhe im gleichseitigen Dreieck mit Seitenlänge s ist $\frac{\sqrt{3}}{2}s$ (Pythagoras). Sei $\vec{v} = \vec{AB} = \begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix}$ und $\vec{u} = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ ein dazu rechtwinkliger Vektor mit gleicher Länge $s = |\vec{v}| = |\vec{u}|$.
Damit ist $\vec{OC} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{v} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{u}$. Eingesetzt:

$$\vec{OC} = \begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-1\end{pmatrix} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1}{2} \pm \sqrt{3}\\ \pm\frac{5\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}.$$