

**Merke** Ableitung der Wurzelfunktion

Es gilt:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}.$$

Beachten Sie, dass die Wurzelfunktion auch als Potenzfunktion mit $p = \frac{1}{2}$ abgeleitet werden kann:

$$(x^p)' = px^{p-1}.$$

Diese Methode kann auf beliebige Umkehrfunktionen verallgemeinert werden:

Merke Ableitung der UmkehrfunktionDie Ableitung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ ist

$$(f^{-1}(x))' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$

20.5 Ableitungsregeln

Die Definition mit dem Grenzwert des Differenzenquotienten ist unpraktisch. Im Folgenden werden Regeln für das Ableiten hergeleitet, mit denen nachher beliebige Funktionen (zusammengesetzt aus «bekannten» Funktionen) «einfach» abgeleitet werden können.

20.5.1 Vielfaches einer Funktion

✂ **Aufgabe 20.406** Gegeben sei eine Funktion $f(x)$ und deren Ableitung. Daraus wird eine neue Funktion $g(x) = a \cdot f(x)$ definiert, mit $a \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie, dass $g'(x) = a \cdot f'(x)$. Der Beweis kann auf verschiedene Arten erfolgen. Einerseits algebraisch über den Differenzenquotienten, oder geometrisch.



✂ **Aufgabe 20.407** Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen. Hinweis: Schreiben Sie d) als natürlichen Logarithmus.

a) $f(x) = -4x^3$

b) $g(x) = 4\sqrt{x}$

c) $h(x) = -e^x$

d) $k(x) = \log_2(x)$