



Merke Produktregel

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \quad \text{oder kurz} \quad (fg)' = f'g + fg'$$

✂ **Aufgabe 20.417** Gegeben sind $f(x)$, $g(x)$ und deren Ableitungen. Daraus wird die Funktion $p(x) = f(x) \cdot g(x)$ definiert. Bestimmen Sie die Ableitung $p'(x)$, indem Sie $p(x+h)$ mit Hilfe von f und g und deren linearen Approximationen im Punkt x_0 schreiben. Aus dem Resultat kann die Ableitung von p abgelesen werden. Der Term in h^2 ist für kleine h vernachlässigbar.

✂ **Aufgabe 20.418** Leiten Sie ab:

a) $f(x) = x^{42} \cdot \ln(x)$ b) $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^x$ c) $f(x) = 2^x \cdot x^{-2}$ d) $f(x) = x^5 \cdot x^4$

✂ **Aufgabe 20.419** Mit Hilfe der Produktregel und der Kettenregel leiten Sie die Quotientenregel her. Bestimmen Sie die Ableitung von $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, wenn die Funktionen f und g und deren Ableitungen gegeben sind. Schreiben Sie dazu die Funktion als Produkt.



Merke Quotientenregel

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \quad \text{oder kurz} \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{(g)^2}$$

✂ **Aufgabe 20.420** Leiten Sie ab und vereinfachen Sie:

a) $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^3}$ b) $f(x) = \frac{x^5}{x^3}$ c) $f(x) = \frac{\log_2(x)}{2^x}$ d) $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$