

19 Exponentialfunktionen und Logarithmen

Viele natürliche Prozesse können durch Exponentialfunktionen modelliert werden, wie z.B. der *radioaktive Zerfall* oder der *Ausbruch von Epidemien*.

Der Logarithmus ist die Umkehrung einer Exponentialfunktion und findet Anwendungen z.B. in der Chemie mit der Angabe des *pH-Werts* oder bei Massangaben von z.B. *Schallstärke* oder *Erdbebenintensität*.

19.1 Exponentialfunktionen

Definition 47 Exponentialfunktion

Für eine **Basis** $a \in \mathbb{R}^+$ ist die zugehörige **Exponentialfunktion** gegeben durch

$$f(x) = a^x$$

Beachten Sie dass das Argument x im Exponenten steht (im Gegensatz zu Potenzfunktionen, wo das Argument potenziert wird).

Man kann Exponentialfunktionen als Verallgemeinerung von geometrischen Folgen mit $g_1 = q = a$ auf die reellen Zahlen betrachten. Es gilt dann:

$$g_n = g_1 \cdot q^{n-1} = a \cdot a^{n-1} = a^n = f(n)$$

✂ **Aufgabe 363** Warum sind Exponentialfunktionen nur für positive Basen definiert?

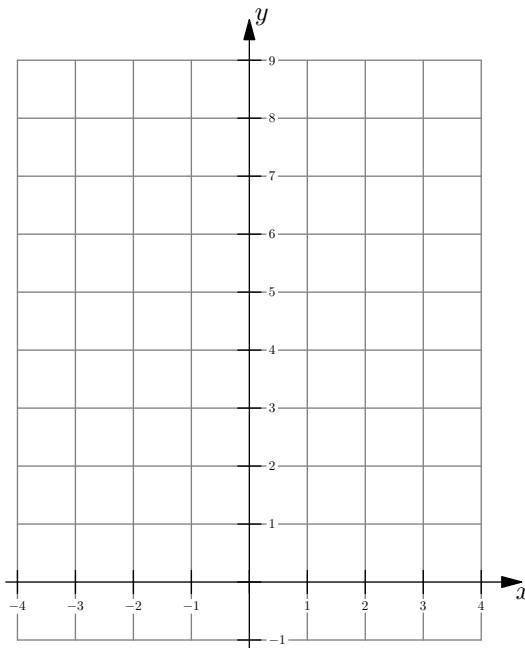


✂ **Aufgabe 364**

Zeichnen Sie die Graphen für die Exponentialfunktionen mit Basis a mit $a \in \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, 1, \frac{3}{2}, 2, 3 \right\}$ in das nebenstehende Koordinatensystem.

Vervollständigen Sie unter Beachtung der Graphen die folgenden Sätze:

- Alle Exponentialfunktionen gehen durch den Punkt _____.
- Der Graph der Exponentialfunktion $y = a^x$ ist monoton steigend für _____.
- Der Graph der Exponentialfunktion $y = a^x$ ist monoton fallend für _____.
- Der Wertebereich aller Exponentialfunktionen ist _____.
- Exponentialfunktionen haben _____ Nullstellen.
- Man erhält den Graphen der Funktion $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, indem man den Graphen von $y = a^x$ _____.



✂ **Aufgabe 365** Welches Potenzgesetz steht hinter dem letzten Satz der letzten Aufgabe?

