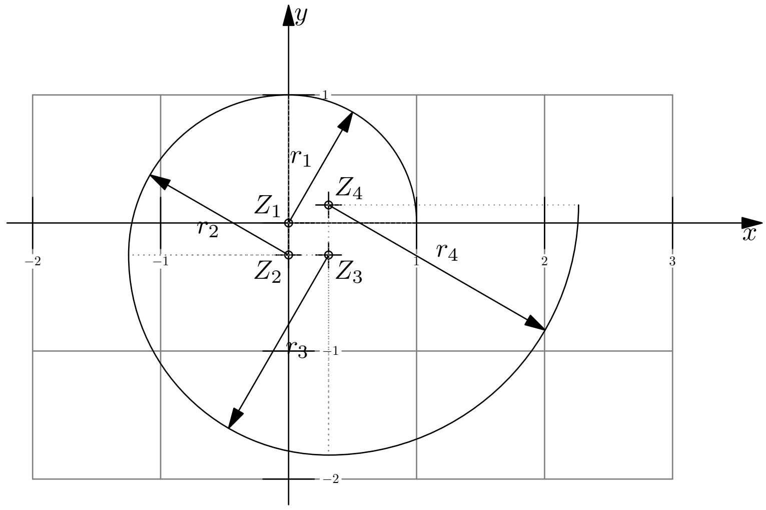
Lösung zu Aufgabe 387 ex-repe-geometrische-reihe



a)

b) Die Radien bilden eine geometrische Folge mit erstem Element $r_1 = 1$ und Quotient $q = \frac{5}{4}$. Die Folge der Bogenlängen $b_n = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r_n = \frac{1}{2}\pi r_n$ ist ebenfalls geometrisch mit $q = \frac{5}{4}$. Die Länge der Spirale ist also

$$s_{20} = \sum_{i=1}^{20} b_i = b_1 \cdot \frac{q^{20}-1}{q-1} = \frac{1}{2}\pi \cdot \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{20}-1}{\frac{1}{4}} = 2\pi \cdot \left(\left(\frac{5}{4}\right)^{20} - 1\right) \approx 538.7$$

c) Die x-Koordinate wird in jedem zweiten Schritt um die Differenz der Radien angepasst:

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_2 = 0 \\
x_3 &= x_4 = x_2 + (r_3 - r_2) \\
x_5 &= x_6 = x_4 - (r_5 - r_4) \\
x_7 &= x_8 = x_6 + (r_7 - r_6) \\
\ldots &= \ldots \\
x_{19} &= x_{20} = x_{18} + (r_{19} - r_{18})
\end{aligned}$$

Die Differenzen $(r_3 - r_2), -(r_5 - r_4), +(r_7 - r_6), \ldots$ bilden ebenfalls eine geometrische Folge mit $q = -\left(\frac{5}{4}\right)^2$. Die x-Koordinate x_{20} ist also die Summe dieser Differenzen:

$$x_{20} = \sum_{i=1}^{9} (-1)^{(i+1)} \cdot (r_{2i+1} - r_{2i}) = \sum_{i=1}^{9} (r_3 - r_2) \cdot \left(-\left(\frac{5}{4}\right)^2\right)^{i-1} = (r_3 - r_2) \cdot \frac{\left(-\left(\frac{5}{4}\right)^2\right)^9 - 1}{-\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1} \approx 6.892$$

Lösung zu Aufgabe 388 ex-repe-textaufgaben-exponentiell

a) Exponentialfunktion: $m(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/2}$ mit t in Stunden (vom Beginn der Vorbereitung an gemessen), ergibt den noch vorhanden Anteil als Zahl zwischen 1 und 0.

Damit ist $m\left(\frac{5}{6}\right) \approx 0.7492$. Es ist also noch knapp 75% des Isotops übrig.