Analog zum Eingangsbeispiel mit dem Fahrradfahrer ist auch hier die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve die zurückgelegte Distanz:

Es ist also $s(3) = \int_0^3 8t \, \mathrm{d}t = 36[m]$. Damit legt der Sportwagen eine Strecke von 36 m zurück

Lösung zu Aufgabe 497 ex-federpendel

Die Kraft zieht in der entgegengesetzten Richtung wie die Auslenkung.

a) $s(t) = \sin(t)$ oder $s(t) = \cos(t)$ und Vielfache und Summen davon erfüllen die Bedingung.

b) $s(t) = \sin(ct)$ oder $s(t) = \cos(ct)$ und Vielfache und Summen davon erfüllen die Bedingung. Die Konstante c ist proportional zur Frequenz, welche gleich $2\pi \cdot c$ ist.

c) Die Gleichung kann wie folgt geschrieben werden:

$$s''(t) = -\frac{k}{m} \cdot s(t)$$

Also erfüllt z.B. $s(t) = \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$ die Bedingung. Die Frequenz steigt mit der Federkonstante (je härter die Feder, desto höher die Freuqenz) und fällt mit der Masse (je grösser die Masse, desto langsamer die Schwingung).

Lösung zu Aufgabe 498 ex-kreisflaeche

a) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ (via Satz von Pythagoras).

b) $A = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, \mathrm{d}x = \frac{\pi}{4}$ (via TR). Also ist die Einheitskreisfläche π.

Lösung zu Aufgabe 499 ex-parabel-bogenlaenge

Die eine horizontale Kathete ist $\mathrm{d}x$, die vertikale Kathete ist $f'(x) \cdot \mathrm{d}x$. Damit hat das Tangentenstück die Länge $\sqrt{(f'(x) \cdot \mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}x)^2} = \sqrt{(f'(x))^2 + 1} \cdot \mathrm{d}x$.

Die Länge ist also

$$\int_0^1 \sqrt{(f'(x))^2 + 1} \, \mathrm{d}x = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 1} \, \mathrm{d}x = \frac{4\ln\left(\sqrt{5}+1\right) - 4\ln(2) + \sqrt{5}}{4} \approx 1.04023 \quad \text{mit TR}$$

Lösung zu Aufgabe 500 ex-kugelvolumen

$f(x) = \sqrt{1-x^2}$

$V_{\text{Zylinder}} = \pi(f(x))^2 \, \mathrm{d}x$.

$$V_{\text{Einheitskugel}} = \int_{-1}^1 \pi \left(\sqrt{1-x^2}\right)^2 \mathrm{d}x = \int_{-1}^1 \pi(1-x^2) \, \mathrm{d}x = \pi(x - \frac{1}{3}x^3)\Big|_{-1}^1 = \pi(1 - \frac{1}{3} - (-1 + \frac{1}{3})) = \frac{4\pi}{3}$$

Streckt man die Einheitskugel mit dem Streckungsfaktor r, erhält man eine Kugel mit Radius r. Das Volumen wird dabei mit r^3 multipliziert. Es gilt also:

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3$$