Analog zum Eingangsbeispiel mit dem Fahrradfahrer ist auch hier die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve die zurückgelegte Distanz:

Es ist also $s(3) = \int_0^3 8t \, \mathrm{d}t = 36[m]$. Damit legt der Sportwagen eine Strecke von 36 m zurück

Lösung zu Aufgabe 498 ex-federpendel

Die Kraft zieht in der entgegengesetzten Richtung wie die Auslenkung.

a) $s(t) = \sin(t)$ oder $s(t) = \cos(t)$ und Vielfache und Summen davon erfüllen die Bedingung.

b) $s(t) = \sin(ct)$ oder $s(t) = \cos(ct)$ und Vielfache und Summen davon erfüllen die Bedingung. Die Konstante c ist proportional zur Frequenz, welche gleich $2\pi \cdot c$ ist.

c) Die Gleichung kann wie folgt geschrieben werden:

$$s''(t) = -\frac{k}{m} \cdot s(t)$$

Also erfüllt z.B. $s(t) = \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$ die Bedingung. Die Frequenz steigt mit der Federkonstante (je härter die Feder, desto höher die Frequenz) und fällt mit der Masse (je grösser die Masse, desto langsamer die Schwingung).

Lösung zu Aufgabe 499 ex-exponentielles-wachstum

a) Z.B. $N(t) = \mathrm{e}^t$ ist so eine Funktion. Aber auch alle Vielfachen davon, z.B. $N(t) = N_0 \cdot \mathrm{e}^t$ mit $N_0 \in \mathbb{R}$.

b) Z.B. $N(t) = \mathrm{e}^{c \cdot t}$ ist so eine Funktion. Aber auch alle Vielfachen davon, z.B. $N(t) = N_0 \cdot \mathrm{e}^{c \cdot t}$ mit $N_0 \in \mathbb{R}$.

c) Die Wachstumsrate c muss gegeben sein, und die Anzahl Bakterien N_0 zur Zeit $t = 0t$.

Lösung zu Aufgabe 500 ex-abkuehlen

Abkühlrate ist das c-fache der Temperatur $T(t)$, mit $c \in \mathbb{R}^+$:

$$T'(t) = -cT(t)$$

Eigentlich wäre es sinnvoller, die Abkühlrate mit einem negativen Vorzeichen zu versehen, die Gleichung ist so aber sprechender.

Betrachtet man erst $T'(t) = -T(t)$ findet man z.B. $T(t) = \mathrm{e}^{-t}$ als Lösung.

Eine Lösung ist $T(t) = \mathrm{e}^{-ct}$, die allgemeine Lösung ist $T(t) = T_0 \cdot \mathrm{e}^{-ct}$, wobei $T_0 \in \mathbb{R}$ als Anfangstemperatur interpretiert werden kann.

Lösung zu Aufgabe 501 ex-kreisflaeche

a) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ (via Satz von Pythagoras).

b) $A = \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} \, \mathrm{d}x = \frac{\pi}{4}$ (via TR). Also ist die Einheitskreisfläche π.

Lösung zu Aufgabe 502 ex-parabel-bogenlaenge

Die eine horizontale Kathete ist $\mathrm{d}x$, die vertikale Kathete ist $f'(x) \cdot \mathrm{d}x$. Damit hat das Tangentenstück die Länge $\sqrt{(f'(x) \cdot \mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}x)^2} = \sqrt{(f'(x))^2 + 1} \cdot \mathrm{d}x$.

Die Länge ist also

$$\int_0^1 \sqrt{(f'(x))^2 + 1} \, \mathrm{d}x = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 1} \, \mathrm{d}x = \frac{4\ln\left(\sqrt{5} + 1\right) - 4\ln(2) + \sqrt{5}}{4} \approx 1.04023 \quad \text{mit TR}$$