



25.5 Integrationsregeln

Einige Ableitungsregeln haben eine Entsprechung als Integrationsregel. Diese Regeln sind sowohl für das unbestimmte Integral (Resultat ist eine Stammfunktion) wie für das bestimmte Integral (Resultat ist eine Zahl) gültig.

Merke Integrationsregeln

Ableitungsregel

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Integrationsregel

$$\int c \cdot f(x) \, dx = c \cdot \int f(x) \, dx$$

$$\int (f(x) + g(x)) \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx$$

Aus der Produktregel $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ könnte die Regel zur «partiellen Integration» hergeleitet werden.

25.6 Repetitionsaufgaben

✂ **Aufgabe 510** Finden Sie folgende Stammfunktionen:

a) $\int x \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx$

b) $\int (2x \cdot \sin(x) + x^2 \cdot \cos(x)) dx$

c) $\int \sqrt{x} \, dx$

d) $\int (1+x)^2 dx$

✂ **Aufgabe 511** Berechnen Sie von Hand:

a) $\int_{-2}^3 \left(-\frac{1}{3}x^2 + 3x - \frac{1}{2} \right) dx$

b) $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{3} \cos(x) \right) dx$

c) $\int_{-\ln(3)}^{\ln(5)} \sqrt{2} \cdot e^x \, dx$

d) $\int_1^{e^4} \frac{4}{x} \, dx$

e) $\int_1^4 \frac{2}{x^2} \, dx$

f) $\int_0^1 \cos(x^2) \cdot 2x \, dx$

✂ **Aufgabe 512** Überprüfen Sie:

a) $\int x \cdot e^x \, dx = (x-1) \cdot e^x + C$

b) $\int \ln(x) \, dx = x \ln(x) - x + C$

c) $\int x \cdot \ln(x) \, dx = \frac{x^2 \ln(x)}{2} - \frac{x^2}{4} + C$

d) $\int (\sin(x))^3 \, dx = \frac{1}{3} (\cos(x))^3 - \cos(x) + C$

✂ **Aufgabe 513** Berechnen Sie die durch die Graphen folgender Funktionen eingeschlossene Fläche. Machen Sie erst eine Skizze.

a) $f(x) = \cos(x), g(x) = x^2 - \frac{\pi^2}{4}$

b) $f(x) = \cos(x), g(x) = \sin(x)$ (Flächenstück, das die y -Achse schneidet).

c) $f(x) = x^2, g(x) = \sqrt{x}$