Aufgabe 425 Skizzieren Sie die Graphen (inklusive Tangenten) anhand folgender Resultate einer Kurvendiskussion. Bei Aufgaben b) und d) fehlen Einträge. Wie könnten diese aussehen und warum?

a)

x	-3	-2	-1	0	1	3
$y=f(x)$	-3	0	1	0.5	0	1
$f'(x)$	5	2	0	-1	0	1
$f''(x)$	0	-1	-1	0	1	0
$f'''(x)$	3	2	2	3	-2	-1

b)

x	-2	-1	0	1	2
$y=f(x)$	-2	0	1	2	2.5
$f'(x)$	0	3	0.5	2	0
$f''(x)$	2	0	0	0	-2
$f'''(x)$	0	3	2	-1	2

c)

x	-2	-1	1	2
$y=f(x)$	2	0	-1	0
$f'(x)$	-4	-1	0	3
$f''(x)$	0	2	1	2
$f'''(x)$	1	0	0	1

d)

x	-2	0	2	3
$y=f(x)$	0	2	1	0
$f'(x)$	2	0	0	-2
$f''(x)$	-1	-1	0	-3
$f'''(x)$	-1	1	1	2

21.2 Extremalaufgaben

In Extremalaufgaben ist eine (oder mehrere) Grösse(n) so zu bestimmen, dass eine andere Grösse möglichst gross oder klein wird. Als Beispiel ist die Höhe (und Radius) einer Büchse mit 1 l Volumen zu bestimmen, die eine möglichst kleine Oberfläche (Metallverbrauch) hat.

Das Vorgehen ist folgendes: Man bestimmt eine **Stellgrösse** (hier die Höhe), aus der die **Zielgrösse** (hier die Oberfläche) mit Hilfe der **Nebenbedingung** (Inhalt 1 l) berechnet werden kann. Man erhält so eine Funktion, von der man das Maximum oder Minimum sucht.

Oft ist die Stellgrösse zusätzlich eingeschränkt (hier z.B. muss die Höhe positiv sein), was den Definitionsbereich der Funktion ergibt. Das gesuchte Minimum oder Maximum kann also auch auf dem Rand des Definitionsbereichs liegen. Dies ist durch Auswerten der Funktion zu überprüfen.

Aufgabe 426 Welche Höhe und Radius hat eine Büchse mit 1 l Volumen und minimaler Oberfläche?
Stellgrösse: h (Höhe) in dm
Zielgrösse: $O = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$ in dm^2
Nebenbedingung: $V = 1$ dm^3 mit $V = h \cdot \pi r^2$.

Aus der Nebenbedingung erhalten wir $r =$.

Und damit $O(h) =$

Wir suchen jenes h, das zu minimaler Oberfläche führt. Dazu leiten wir nach h ab und setzen dann Null (horizontale Tangente):

✎

Der Rand des Definitionsbereichs kann ignoriert werden. Geht h gegen Null, wächst r und damit O beliebig.

Mit der zweiten Ableitung könnte überprüft werden, dass es sich wirklich um ein Minimum handelt. Betrachtet man die Funktion $O(h)$ für sehr grosse h, sieht man, dass die Funktion ungefähr linear anwächst (der Term $\frac{2}{h}$ wird beliebig klein).