



Zum Vergleich: Oberfläche eines Würfels mit 1 l Inhalt: $6 \cdot 1^2 = 6$.

Kugel mit 1 l Inhalt: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ und $O = 4\pi r^2$. Also $r =$

✂ **Aufgabe 427** Welche Höhe und Radius hat eine Büchse mit 1 l Volumen und minimaler Oberfläche? Lösen Sie die Aufgabe mit r (anstatt h) als Stellgröße.

21.2.1 Vereinfachungen beim Bestimmen von Extremalstellen

Sei $f(x)$ eine Funktion, von der man Extremalstellen bestimmen möchte. Bevor man ableitet und die Ableitung Null setzt, kann es sich lohnen, die Funktion durch eine andere zu ersetzen, um die Berechnungen zu vereinfachen. Folgende Funktionen haben dieselben Extremalstellen:

$$g(x) = c \cdot f(x) \text{ für } c \in \mathbb{R}^+ \quad \text{und} \quad g(x) = f(x) + c \text{ für } c \in \mathbb{R}.$$

$g(x) = (f(x))^2$ und $g(x) = \sqrt{f(x)}$ wenn $f(x) \geq 0$ auf dem betrachteten Definitionsbereich. Dies ist speziell bei Abstandsproblemen interessant, da das Quadrat des Abstands oft eine einfachere Form hat.

Merke Abstand Punkt-Kurve

Der Abstand von einem Punkt P zu einer Kurve c ist definiert als der kleinste Abstand aller Abstände der Punkte C auf c zum Punkt P .

✂ **Aufgabe 428** Berechnen Sie den Abstand folgender Parabeln zum Ursprung. Skizzieren Sie jeweils die Parabeln von Hand und schätzen Sie damit den Abstand ab. *Hinweis: Berechnen Sie den Scheitelpunkt der Parabel mit Hilfe des Extremums der Parabel.*

Programmieren Sie diesen Typ von Aufgabe auf dem TR. Entweder als neues Dokument oder als weiteres «Problem» im Dokument «kurvendiskussion».

a) $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$

b) $f(x) = -\frac{1}{4}(x-1)^2 - 1$

c) $f(x) = x^2 - 2x - 2$

d) $f(x) = -x^2 + x + 2$

✂ **Aufgabe 429** *Folgende Aufgaben sind aus dem «Mathematik-Repetitorium für den Maturastoff» der Fachgruppe Mathematik der Kantonsschule am Burggraben, St. Gallen.*

a) Aus einem Drahtstück der Länge $L = 180$ cm soll das Drahtmodell eines Quaders geformt werden, der viermal so lang wie breit ist und dessen Volumen maximal werden soll.

b) Einem gleichseitigen Dreieck mit der Seite $a = 7$ cm ist ein Parallelogramm mit maximalem Inhalt einzubeschreiben, das mit dem Dreieck einen Winkel gemeinsam hat.

c) Im Intervall $[0, \pi]$ soll dem Graphen von $f(x) = 3 \cdot \sin(x)$ ein Rechteck $ABCD$ so einbeschrieben werden, dass die Strecke AB auf der x -Achse und die Punkte C, D auf dem Graphen von f liegen und der Umfang maximal ist.

d) Welcher Punkt auf der Parabel $p: y = \frac{1}{2}x^2$ hat den kleinsten Abstand vom Punkt $P = (6, 0)$?