Lösung zu Aufgabe 464 ex-lineare-01-funktion

Der Achsenabschnitt ist a, die Steigung $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b-a}{1} = b - a$. Also

$$f(t) = a + t \cdot (b - a).$$

Lösung zu Aufgabe 465 ex-quantile-von-hand

a) Median (0.5-Quantil) ist 4, das erste Quartil (0.25-Quantil) ist 4.

Das 10%-Quantil entspricht der Position $i = 1 + 0.1 \cdot (5 - 1) = 1.4$. Wir suchen also den richtigen Wert zwischen x_1 und x_2. Dazu berechnen wir den Wert an der Stelle 0.4 der linearen Funktion $g(t)$, die für $t = 0$ den Wert x_1 und für $t = 1$ den Wert x_2 liefert: $g(t) = x_1 + t \cdot (x_2 - x_1) = 2 + 0.4 \cdot (4 - 2) = 2.8$. Damit ist das 0.1-Quantil gleich 2.8.

b) Betrachtet man den Streckenzug als Graph einer (stückweise linearen) Funktion, kann auf zweiten Skala von 0 bis 1 auf dieser Funktion direkt der entsprechende Quantil abgelesen werden.

c) Position $i = 1 + 0.25 \cdot (10 - 1) = 3.25$. Das 0.25-Quantil ist also $x_3 + \frac{1}{4}(x_4 - x_3) = 3 + \frac{1}{4} \cdot (4 - 3) = 3.25$.

Lösung zu Aufgabe 466 ex-repe-diverse-masse

a) $\mu = 9$, $\tilde{x} = 8.5$, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot 44} = \approx 2.507$.

Quartile: Erst die Werte aufsteigend sortieren.

$q_{0.25}$ entspricht der Position $1 + 0.25 \cdot 7 = 2.75$. Da beide Werte 7 sind, ist $q_{0.25} = 7$.

$q_{0.75}$ entspricht der Position $1 + 0.75 \cdot 7 = 6.25$. Der 3. Quartil ist also $0.75 \cdot x_6 + 0.25 \cdot x_7 = 10.5$

b) $\mu = \frac{2}{3}$, $\tilde{x} = 1$, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{299}\left(100 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 200\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)} = \sqrt{\frac{1}{299} \cdot \frac{600}{9}} = \sqrt{\frac{1}{299} \cdot \frac{200}{3}} \approx 0.472$.

Das erste Quartil ist 0, das dritte Quartil ist 1.

Lösung zu Aufgabe 467 ex-repe-gezinkter-wuerfel

$\mu = \frac{120}{600} = \frac{1}{5}$.

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{599} \cdot \left(120 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 480 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2\right)} = \sqrt{\frac{96}{599}} \approx 0.4003$. Daraus folgt

$\sigma_\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx 0.01634$.

Damit ergbit sich das 95%-Vertrauensintervall von $[\mu - 2\sigma_\mu, \mu + 2\sigma_\mu] \approx [0.1673, 0.2327]$.

Der erwartete Wert von $\frac{1}{6}$ für einen ungezinkten Würfel ist gerade nicht mehr im Vertrauensintervall. Es lässt sich sagen, dass so ein Resultat mit einem ungezinkten Würfel unwahrscheinlich ist (weniger wahrscheinlich als 2.5%, die anderen 2.5% wären für ein Resultat von ca. 80 Sechser oder weniger).

Lösung zu Aufgabe 468 ex-repe-umfrage-verlaesslichkeit

Es wird «Nein» mit 0 und «Ja» mit 1 dargestellt.

$\mu = 0.25$, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{79}\left(20 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 60 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2\right)} = \sqrt{\frac{15}{79}} \approx 0.4357$

$\sigma_\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx 0.04872$

Daraus ergibt sich ein 95%-Vertrauensintervall von ca. 15%-35%. Schon rein statistisch ist die Genauigkeit der Umfrage schlecht.

Weiter ist zweifelhaft, ob die Online-Umfrage-Teilnehmer representativ für die Schweizer Bevölkerung sind.

Lösung zu Aufgabe 469 ex-repe-lotto

5 aus 50: $\frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 2'118'760$.

2 aus 12: $\frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 66$.

Total Möglichkeiten: $66 \cdot 2'118'760 = 139'838'160$.

Die Wahrscheinlichkeit, in EuroMillions alles richtig zu tippen, beträgt $1 : 139'838'160 \approx 7.151 \cdot 10^{-9}$.