



Und damit

$$\begin{aligned}\sin(\alpha - \beta) &= \sin(\alpha) \cos(\beta) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta)\end{aligned}$$

✂ Lösung zu Aufgabe 436 ex-additionstheorem-tangens

$$\begin{aligned}\tan(\alpha + \beta) &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)}{\cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)} = \\ &= \frac{\sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)}{\cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)} \cdot \frac{\frac{1}{\cos(\alpha) \cos(\beta)}}{\frac{1}{\cos(\alpha) \cos(\beta)}} = \frac{\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} + \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}{1 + \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}} = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 + \tan(\alpha) \tan(\beta)}\end{aligned}$$

✂ Lösung zu Aufgabe 437 ex-vektoraddition

	\vec{a}	\vec{b}	\vec{c}
\vec{a}	$\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
\vec{b}		$\begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$
\vec{c}			$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix}$

und $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

✂ Lösung zu Aufgabe 438 ex-vektoren-skalieren

a) $\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$

✂ Lösung zu Aufgabe 439 ex-vektoren-auf-laenge-skalieren

a) $|\vec{a}| = 3$, also muss mit $\lambda = 2$ multipliziert werden, um die Länge 6 zu erhalten: $2\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Es könnte auch mit $\lambda = -2$ multipliziert werden. Allerdings wird dann die Richtung umgekehrt, was in den meisten Fällen unerwünscht ist.

b) $|\vec{b}| = 7$, also muss durch 7 dividiert werden: $\frac{1}{7}\vec{b} = \begin{pmatrix} 3/7 \\ -6/7 \\ -2/7 \end{pmatrix}$.

c) Um die Länge 1 zu erhalten, wird der Vektor durch seine eigene Länge dividiert: $\frac{\vec{c}}{|\vec{c}|} = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

✂ Lösung zu Aufgabe 440 ex-geraden-aufgaben

a) Richtungsvektor $\vec{v} = \vec{AB} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$, Startpunkt A . $\vec{OG}(\lambda) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$.

b) Am Richtungsvektor liest man ab, dass sich die z -Koordinate nie ändert, d.h. die Gerade ist parallel zur xy -Ebene.

c) Der Punkt C kann nicht auf g liegen, weil die z -Koordinate nicht 1 ist.