Scheitelpunkt $t_{opt} = \frac{-b}{2a} = \frac{14}{4} = 3.5$. Oder
$d'(t) = 4t - 14 = 0$ liefert ebenfalls $t_{opt} = 3.5$.
Die minimale Distanz ist also $d(3.5) = \sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
e) Lösung mit dem TI-*n*spire:

```
[0,2] → a
[5,0] → b
[2,1] → va
[-1,1] → vb
norm(b+t*vb-(a+t*va)) → d(t)        Distanzfunktion
zeros(d/dt(d(t)),t)[1] → to        Erstes Element aus Lösungsliste speichern
d(to) → mind        minimale Distanz
```

Die zeros-Funktion liefert eine Liste, hier nur mit einem Element (Minimum einer Quadratischen Funktion). Weil Listen und Vektoren nicht miteinander verrechnet werden können, wird direkt aus der Liste das erte (und hier einzige) Element extrahiert. In to (o für optimal) wird hier $\frac{5}{3}$ gespeichert, die minimale Distanz (gespeichert in mind, für minimale Distanz) ist 2.

Lösung zu Aufgabe 442 ex-raster-der-marschtruppe

Hinweis: Für die Aufgaben c) & d) gibt es keine eindeutig richtige Lösung. Man könnte diese auch durch «probieren, bis es gut aussieht» bestimmen. Es lohnt sich aber, diese Grössen vorher sinnvoll zu berechnen.

a) Das Raster hat eine Grösse von $(2n + 1) \cdot d$.

b) Der Abstand muss genau $\frac{1}{2}d$ sein. So kreuzen sich die Personen immer genau zwischen zwei anderen Personen.

c) Der Abstand von Nullpunkt muss mindestens die Grösse des Rasters plus die halbe Grösse des Rasters sein, also mindestens $\frac{3}{2} \cdot (2n+1) \cdot d$. Zum Beispiel $(3n+2) \cdot d$. Die Differenz der Wege zum Kreuzungspunkt muss $\frac{1}{2}d$ betragen. Damit erhält man z.B. $\vec{OA} = (3n + 2) \cdot d \cdot \vec{e}_1$ und $\vec{OB} = (3n + 2.5) \cdot d \cdot \vec{e}_2$.

d) Damit die Gruppen wieder getrennt sind, sollte also das doppelte der Zeit animiert werden, wie die Gruppe mit dem längeren Weg zum Kreuzungspunkt braucht. Also hier in unserem Fall $2 \cdot (3n+2.5) \cdot d = (6n+3) \cdot d$ Sekunden.

Lösung zu Aufgabe 443 ex-skalarprodukt-ausrechnen

a) -6+(-2)+4 = -4   b) -6+2+(-3) = -7

Lösung zu Aufgabe 444 ex-skalarprodukt-eigenschaften

a) Beide Definitionen (bzw. Berechnungsarten) verwenden nur die Multiplikation und Addition von reellen Zahlen, und dort dürfen die Operanden vertauscht werden (Kommutativgesetz).

b) Sind die Vektoren rechtwinklig aufeinander, beträgt der Winkel zwischen den Vektoren 90°. Es gilt $\cos(90°) = 0$ und damit ist das Skalarprodukt ebenfalls 0.

c) Benutzt man die erste Definition (Summe der Produkte der Komponenten) folgt die Eigenschaft sofort. Mit der zweiten Definition ist die Gleichung für $\lambda \geq 0$ offensichtlich, für $\lambda < 0$ muss beachtet werden, dass der Zwischenwinkel α zu $180° - \alpha$ wird. Der Cosinus ändert sein Vorzeichen, womit die Gleichung ebenfalls stimmt.

d) Mit der ersten Definition ist die Gleichung offensichtlich: Es wird komponentenweise ausmultipliziert.

e) Folgt direkt aus beiden Definitionen.

f) $\vec{v} \cdot \vec{v} = |\vec{v}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(0°) = |\vec{v}|^2$. Oder $\vec{v} \cdot \vec{v} = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}^2 = |\vec{v}|^2$.

g) Die linke Seite liefert ein Vielfaches von $\vec{c}$, die rechte Seite ein Vielfaches von $\vec{a}$. Sind die Vektoren von $\vec{0}$ verschieden und die Skalarprodukte nicht Null und $\vec{a}$ und $\vec{c}$ nicht parallel, sind die beiden Seiten sicher verschieden.