



24 Wahrscheinlichkeitsrechnung

24.1 Baumdiagramme

Mehrstufige Zufallsexperimente können oft mit «Bäumen» dargestellt und berechnet werden.

✳ **Aufgabe 472** Das Würfelspiel *Yahtzee* (deutsch *Kniffel*) wird mit 5 Würfeln gespielt. Die Spielregeln sind wie folgt:

Jeder Spieler erhält einen Spielblock, auf dem er seine Ergebnisse eintragen muss. Gewinner ist, wer am Ende die höchste Gesamtsumme auf seinem Zettel erzielen kann. Gespielt wird mit fünf Augenzahlenwürfeln und einem Würfelbecher und es wird reihum gewürfelt. In jeder Runde darf jeder Spieler bis zu drei Mal hintereinander würfeln. Dabei darf man «passende» Würfel zur Seite legen und mit den verbleibenden weiter würfeln. Nach dem zweiten Wurf dürfen Würfel, die beim ersten Wurf behalten wurden, wieder aufgenommen werden. Spätestens nach dem dritten Wurf muss man sich für ein freies Feld auf dem Spielzettel entscheiden, welches nun mit dem Ergebnis dieses Wurfes bewertet wird – oder ein Feld streichen.

Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Kniffel>, Abruf 9. Dezember 2018

Die höchste Punktzahl wird mit fünf gleichen Augenzahlen, einem «Yahtzee» erreicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit für einen «Yahtzee» mit 3 Würfeln zu bestimmen.

- Spiele Sie ein paar Runden und versuchen Sie einen «Yahtzee» zu erreichen. Verwenden Sie dazu den TR. Damit alle TR andere Zufallsfolgen erzeugen, geben Sie erst den Befehl `randSeed 42` (menu 5 4 6), wobei Sie die Zahl 42 durch eine beliebige andere (auch sehr grosse) Zahl ersetzen. Das sollen Sie genau einmal tun. Danach können Sie würfeln: Geben Sie `randInt(1,6,5)` ein (menu 5 4 2). Das erzeugt eine Liste mit 5 Zufallszahlen zwischen 1 und 6. Um weniger Würfel zu werfen, passen Sie die 5 entsprechend an. Notieren Sie sich die Anzahl gespielter Runden und die Anzahl erreichter «Yahtzees». Aus allen Angaben in der Klasse soll die Wahrscheinlichkeit abgeschätzt werden.
- Was ist wohl die beste Strategie, um einen Yahtzee zu erzielen? Schreiben Sie Ihre Strategie auf und diskutieren Sie Alternativen.
- Eine Simulation mit 1'000'000 Versuchen ergab 46214 «Yahtzees». Wie gross ist das 95%-Konfidenzintervall?
- Wir untersuchen folgende Strategie: Bei jedem Wurf wird die maximale Anzahl gleicher Würfelaugen zur Seite gelegt (u.U. wird die Augenzahl auch gewechselt), mit allen anderen wird nochmals gewürfelt. Zeichnen Sie einen Wahrscheinlichkeitsbaum für diese Situation und tragen Sie einfach zu berechnende Wahrscheinlichkeiten auf den Verbindungen ein.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, in einem Wurf mit 5 Würfeln genau 1, 2, 3, 4 oder 5 gleiche Würfel zu werfen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, um mit einem beiseite gelegten Würfel (wir können annehmen, es sei eine Eins) nachher $m \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ gleiche Würfelaugen zu haben (nicht notwendigerweise Einsen!)
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, um mit zwei beiseite gelegten Einsen nachher $m \in \{2, 3, 4, 5\}$ gleiche Würfelaugen zu haben (nicht notwendigerweise Einsen!)
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, um mit drei beiseite gelegten Einsen nachher $m \in \{3, 4, 5\}$ gleiche Würfelaugen zu haben (notwendigerweise Einsen!)
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, um mit vier beiseite gelegten Einsen nachher $m \in \{4, 5\}$ gleiche Würfelaugen zu haben.
- Fassen Sie die Wahrscheinlichkeiten in einer Tabelle zusammen (die Zeile ist die Anzahl gleicher Würfel vorher, die Spalte ist Anzahl gleicher Würfel nachher).
- Tragen Sie die oben berechneten Wahrscheinlichkeiten in den Baum ein und berechnen Sie so die Wahrscheinlichkeiten für jeden möglichen Pfad, indem Sie die Wahrscheinlichkeiten auf dem Pfad multiplizieren. Addieren Sie dann die Wahrscheinlichkeiten auf allen Pfaden, um die Wahrscheinlichkeit eines «Yahtzees» zu erhalten.