



- f) Würfelt man die verbleibenden 4 Würfel der Reihe nach, gibt es  $6^4$  Variationen. Wir können ohne Einschränkung der Allgemeinheit annehmen, dass der bereits zur Seite gelegte Würfel eine Eins ist.

$n = 1, m = 1$  Das bedeutet, dass 4 *unterschiedliche* Augen grösser als 1 geworfen werden (sonst erhielte man u.U. so noch ein Paar oder mehr). Dafür gibt es  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$  **Möglichkeiten** (Reihenfolge relevant).

Für  $n = 1, m = 2$  ergeben sich zwei Fälle: Entweder man würfelt genau eine zusätzliche Eins und *kein* Tripel, oder man würfelt keine Eins und ein oder zwei Paare. Um genau eine zusätzliche Eins zu würfeln gibt es  $4 \cdot (1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = 500$  Möglichkeiten (4 Positionen für die 1, und je 5 Möglichkeiten auf den anderen Position). Davon müssen jetzt noch die Tripel abgezogen werden, wofür es 5 Möglichkeiten für die Werte und 4 für die Positionen gibt, also 20. Somit haben wir für den Fall «genau eine zusätzliche Eins» 480 Möglichkeiten.

Um mit 4 Würfeln genau ein Paar (ohne Einsen) zu werfen, gibt es 5 Möglichkeiten, die Augenzahl für das erste Paar auszuwählen,  $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$  Möglichkeiten, das Paar zu platzieren und  $4 \cdot 3$  Möglichkeiten, die restlichen 2 Positionen mit unterschiedlichen Augenzahlen zu füllen. Also  $5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3 = 360$  Möglichkeiten. Um mit 4 Würfeln genau zwei Paare zu werfen, gibt es  $\binom{5}{2} = 10$  Möglichkeiten, die beiden Werte zu wählen und  $\binom{4}{2} = 6$  ein Paar zu platzieren. Also total 60 Möglichkeiten für 2 Paare.

Total für den Fall  $n = 1, m = 2$  gibt es  $480 + 360 + 60 = 900$  **Möglichkeiten**.

Für  $n = 1, m = 3$  ergeben sich wieder zwei Fälle: Entweder man würfelt genau zwei zusätzliche Einsen, oder man würfelt keine Eins und genau ein Tripel einer anderen Augenzahl.

Genau zwei zusätzliche Einsen mit 4 Würfeln: Platzierung der Einsen:  $\binom{4}{2}$ . Auswahl der beiden anderen Würfeln  $5 \cdot 5$ . Total  $6 \cdot 5 \cdot 5 = 150$  Möglichkeiten.

Ein Tripel ohne weitere Einsen: 5 Möglichkeiten für die Augenzahl des Tripels, 5 Möglichkeiten für den Wert des vierten Würfels (der darf auch Eins sein!) und 4 Möglichkeiten, den vierten zu platzieren, total also  $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$  Möglichkeiten

**Zusammen also 250 Möglichkeiten.**

$n = 1, m = 4$ : 3 Einsen und etwas anderes: 4 Positionen mal 5 Augenzahlen: total 20 Möglichkeiten. Oder 4 gleiche, von 1 verschiedene Augenzahlen: 5 Möglichkeiten. Zusammen **25 Möglichkeiten**.

$n = 1, m = 5$  4 Einsen: 1 Möglichkeit.

Überprüfung der Resultate: Total  $6^4 = 1296$  Möglichkeiten. Summe der obigen Möglichkeiten:  $120 + 900 + 250 + 25 + 1 =$ . *Und auch da waren zwei Anläufe nötig.*

- g)  $n = 2, m = 2$ : Keine Einsen:  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$  Möglichkeiten. Davon müssen wir noch die 5 möglichen Tripel abziehen, also total **120 Möglichkeiten**.

$n = 2, m = 3$ : Genau eine zusätzliche Eins (die anderen beiden Würfel dürfen gleich sein): 3 Positionen mal  $5^2$  ergibt 75 Möglichkeiten. Oder wir werfen genau ein Tripel, wofür es 5 Möglichkeiten gibt, also **total 80 Möglichkeiten**.

$n = 2, m = 4$ : 3 Positionen mal 5 mögliche Augenzahlen für den «anderen» Würfel. Also 15 Möglichkeiten.

$n = 2, m = 5$ : 1 Möglichkeit.

Kontrolle:  $120 + 80 + 15 + 1 = 216 = 6^3$ .