

Zusatzaufgaben zum Leitprogramm 'Komplexen Zahlen'¹

Zu Kapitel 1

- Berechne: a) i^2 b) i^3 c) i^4 d) i^5 $i^4 + i^6$
- Bestimme: a) $-i^2$ b) $(-i)^2$ c) $-i^3$ d) $(-i)^3$ e) $i^8 - i^{10}$
- Richtig oder falsch?
 - 2 ist eine reelle Zahl
 - 2 ist eine komplexe Zahl
 - $\sqrt{3}$ ist eine rationale Zahl
 - $3 + \frac{1}{2}i$ ist eine reelle Zahl
- Welche Aussagen stimmen?
 - $-\sqrt{3}i$ ist eine rein imaginäre Zahl
 - π ist eine komplexe Zahl
 - $-2 - 3i$ ist keine reelle Zahl
 - $\sqrt{17}$ ist eine reelle Zahl
- Bestimme die Lösungsmengen folgender Gleichungen. Welches ist die kleinste Zahlenmenge, in der die Gleichung lösbar ist?
 - $3z - 1 = 0$
 - $3z^2 - 12 = 0$
 - $z^2 - 12 = 0$
 - $3z^2 + 12 = 0$
- Löse die Gleichung $(2z^2 + 32)(2z^2 - 32) = 0$ in der Grundmenge
 - \mathbb{N}
 - \mathbb{Z}
 - \mathbb{Q}
 - \mathbb{R}
 - \mathbb{C}
- Wo liegt in der untenstehenden Umformung der Fehler? Jemand schreibt $\sqrt{-1} = i$ und somit gilt:
$$-1 = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{(-1) \cdot (-1)} = \sqrt{1} = 1$$
- Es sei j eine Zahl, für die $0 \cdot j = 1$ gilt. Schreibe den Term $(0 + 0) \cdot j$ auf zwei verschiedene Arten und zeige so, dass ein Widerspruch entsteht und eine solche Zahl j nicht existieren kann.
- Es sein j eine Zahl, für die $\log_2(0) = j$ gilt. Forme den Term $\log_2(2 \cdot 0)$ um und zeige so, dass ein Widerspruch zur Existenz einer solchen Zahl j entsteht.
- Berechne i^n für
 - $n = 45, 60, 103, 202$
 - $n = -27, -50, -61, -100$
- Für welche $n \in \mathbb{Z}$ gilt
 - $i^n = -1$
 - $i^n = -i$?

Zu Kapitel 2

- Es sei $z_1 = 7 - 5i$, $z_2 = 2 + i$, $z_3 = -5 + 2i$, $z_4 = -10 - 3i$, $z_5 = 8$, $z_6 = 8i$. Berechne:
 - $z_1 - z_3 - z_5$
 - $z_2 + (z_3 - z_4)$
 - $z_1 \cdot z_3 \cdot z_4$
 - $z_1^2 + z_2^2$
 - $Re(z_1 + 4z_2)$
 - $Im(z_2^2 \cdot z_4)$
- Wähle z_1 bis z_6 wie in 12 und berechne:
 - $z_5 - (z_6 - z_1)$
 - $z_3^2 + z_4^2$
 - $z_2 \cdot (z_4 - z_6)$
 - $i \cdot z_4 - z_3 \cdot z_6$
 - $Re(z_1^2 \cdot z_3)$
 - $Im(2z_2 + 3z_3)$
- Bestimme für $z_1 = \sqrt{5} + 2i$, $z_2 = \sqrt{5} - 2i$, $z_3 = 3 - \sqrt{2}i$, $z_4 = 3 + \sqrt{2}i$ die Ausdrücke:
 - $z_1 + z_2$
 - $z_1 \cdot z_3$
 - $(z_4 - z_1) + z_3$
 - $z_1 \cdot (z_2 + z_3)$
- Gegeben sind $z_1 = 4 + 2i$, $z_2 = 2 + 4i$, $z_3 = -2 + 4i$, $z_4 = -4 + 2i$, $z_5 = -4 - 2i$, $z_6 = -2 - 4i$, $z_7 = 2 - 4i$, $z_8 = 4 - 2i$
 - Gib alle Paare von konjugierten Zahlen an.
 - Gib alle Paare von Gegenzahlen an.
- Berechne zur Zahl z die Gegenzahl $-z$, die konjugierte Zahl \bar{z} und den Kehrwert z^{-1} :
 - $z = 12 - 5i$
 - $z = 3 + i$
 - $z = \frac{5}{3}i$
 - $z = -\frac{3}{2}$
- Berechne für $z_1 = 5 + 2i$ und $z_2 = -3 + 5i$:
 - $Re\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$
 - $\frac{Re(z_1)}{Re(z_2)}$
 - $Im\left(\frac{z_2}{z_1 - z_2}\right)$
 - $\frac{Im(z_2)}{Im(z_1) + Re(z_1)}$
- Bringe folgende komplexen Zahlen in die Normalform $x + iy$
 - $\frac{\frac{7}{6} + \frac{5}{18}i}{\frac{4}{9} - \frac{2}{3}i}$
 - $\frac{\frac{59}{15} + i}{\frac{4}{5} - \frac{4}{3}i}$
 - $\frac{4i}{\sqrt{3} + \sqrt{5}i}$
 - $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}i}{\sqrt{3} - \sqrt{2}i}$

¹Die Aufgaben stammen aus Algebra 3 der DMK

19. Bestimme die Normalform, wenn $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ gilt:

- a) $(a + bi) + (c + di)$ b) $(a - 2bi) - \overline{3a + 4ci}$ c) $(7a + 3bi) \cdot (4c - 5di)$
 d) $\frac{a + bi}{c - di}$ e) $(b + di)^{-1}$ f) $i(a + bi) + \frac{1}{i}(a - bi)$

20. Die Zahlen a, b, c und d seien reell. Wie lautet die Normalform der folgenden Zahlen?

- a) $ai(2b + 3ci) - \frac{a}{i}(2b - 3ci)$ b) $\overline{b - ci} \cdot (b - ci)^{-1}$
 c) $(3a + (-b + 4c)i) \cdot (3a + (b - 4c)i)$ d) $\frac{a + bi}{3c + di} - \frac{a - bi}{3c - di}$
 e) $\frac{(4a + ci)(a + bi) + (-4a + ci)(a - bi)}{(4b + c)i}$ f) $ai + \frac{1}{a}i + \frac{a}{i} + \frac{i}{a}$

21. Berechne (so einfach wie möglich):

- a) $i^{11} + i^{12} + i^{13} + i^{14}$ b) $\sum_{k=1}^{25} i^k$ c) $i^{21} \cdot i^{22} \cdot i^{23} \cdot i^{24}$ d) $\prod_{k=1}^{10} i^k$

22. Berechne (so einfach wie möglich):

- a) $\sum_{k=2}^{22} i^k$ b) $\sum_{k=1}^{30} \frac{1}{i^k}$ c) $\sum_{k=3}^{28} i^{1-2k}$ d) $\prod_{k=3}^{10} (-i)^{3k+1}$

Zu Kapitel 3

Zu 23 bis 29: Löse die Gleichungen in der Grundmenge \mathbb{C} .

23. a) $z^2 - 3z + 2 = 0$ b) $z^2 - 4z + 13 = 0$ c) $2z^2 + 32 = 0$
 24. a) $z^2 + 4z + 5 = 0$ b) $z^2 + 4z - 5 = 0$ c) $81z^2 + 25 = 0$
 25. a) $5z = 8iz + (81 - 5i)$ b) $(1 + 2i)z = (5 - i)z + (7 + 26i)$ c) $\frac{(1 + 2i)z + (2 - 3i)}{(5 + i)z + (27 - 20i)} = -6$
 26. a) $z^2 - 8z + 65 = 0$ b) $4z^2 + 8z + 5 = 0$ c) $25z^2 - 60z + 61 = 0$
 d) $z^2 - z + 1 = 0$
 27. a) $z^2 + 6z + 25 = 0$ b) $2z^2 - 10z + 17 = 0$ c) $z^2 - 14z + 53 = 0$
 d) $z(10 - z) = 40$
 28. a) $z^3 - 4z^2 + 6z = 0$ b) $z^4 + 5z^2 + 4 = 0$
 29. a) $z^5 - 2z^4 + 2z^3 = 0$ b) $z^4 + 3z^2 - 54 = 0$

Zu 30 und 31: Bestimme alle komplexen Lösungen der Gleichungen, indem du zuerst eine Lösung $z_1 \in \mathbb{Z}$ mit $-5 \leq z \leq 5$ abspaltest.

30. a) $z^3 - z^2 - 2z + 8 = 0$ b) $z^3 + 6z - 20 = 0$ c) $5z^3 - 3z^2 - 3z + 5 = 0$
 d) $z^3 - 2z^2 - 4z - 16 = 0$
 31. a) $9z^3 - 3z^2 + z + 13 = 0$ b) $z^3 + 2z^2 + 9 = 0$ c) $z^3 + 3z^2 + 4z - 8 = 0$
 d) $z^3 - 7z^2 + 15z - 25 = 0$

Zu Kapitel 4

32. Die Punkte z_1, z_2, \dots, z_1 begrenzen ein Vieleck in der Zahlenebene. Zeichne dieses Viereck auf.

$$z_1 = 3 + 7i, z_2 = -3 + 5i, z_3 = -3 + 3i, z_4 = 3i, z_5 = -3 - 3i, z_6 = -3 - 6i, z_7 = 3 - 6i, z_1$$

33. Wie 32) aber mit $z_1 = 1 + 2i, z_2 = -2 + i, z_3 = -1 - 2i, z_4 = 2 - i, z_1$

34. Stelle folgende Zahlenmengen graphisch dar.

- a) $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) = 1\}$
 b) $\{z \in \mathbb{C} \mid 1 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 5 \text{ und } 1 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 3\}$
 c) $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) \leq 0\}$
 d) $\{z \in \mathbb{C} \mid -2 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 0\}$

35. Zeichne die folgenden Zahlenmengen in der Zahlenebene ein.

- a) $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) \cdot \operatorname{Im}(z) \leq 0\}$ b) $\{z \in \mathbb{C} \mid |\operatorname{Im}(z)| = 2\}$
 c) $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) = 1\}$ d) $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) \geq \operatorname{Im}(z)\}$

36. Gib die folgenden Zahlenmengen in beschreibender Form an:

- Parallele zur reellen Achse, die durch den Punkt $P = 5 + 6i$ geht.
- Parallele zur imaginären Achse, die durch den Punkt $Q = -3 + 5i$ geht.
- Reelle Achse.
- Imaginäre Achse.

37. Durch welche Bedingungen werden folgende Mengen in der komplexen Ebene beschrieben.

- Strecke mit den Endpunkten $A = 2i$ und $B = 4i$.
- Inneres (ohne Rand) des Quadrats mit Ecken $A = 1 + i$, $B = -1 + i$, $C = -1 - i$ und $D = 1 - i$
- Äusseres (mit Rand) des Rechtecks $P = -8 - i$, $Q = -3 - i$, $R = -3 + 3i$, $S = -8 + 3i$
1. Quadrant (ohne Rand)

38. Für welche komplexen Zahlen z gilt: a) $\bar{z} = z$ b) $-z = z$ c) $z^{-1} = z$?

39. Bestimme alle $z \in \mathbb{C}$ mit. a) $-\bar{z} = \overline{-z}$ b) $Re(z) = Re(\bar{z})$ c) $Re(z) \cdot Re(z^{-1}) = 1$

40. Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt: a) $Im(z) + Im(-z) = 0$ b) $Im(z) = Im(\bar{z})$ c) $\overline{z^{-1}} = (\bar{z})^{-1}$

41. Berechne für $z_1 = 3 + 6i$ und $z_2 = -1 + 2i$ die Beträge a) $|z_1 + 2iz_2|$ b) $\left| \frac{z_1}{12 + z_2} \right|$

42. Stelle folgende Zahlenmengen graphisch dar:

- $\{z \in \mathbb{C} | 1 \leq |z| \leq 2\}$
- $\{z \in \mathbb{C} | 2 \leq |z| \leq 4 \text{ und } -60^\circ \leq arg(z) \leq -30^\circ\}$
- $\{z \in \mathbb{C} | arg(z) = 30^\circ \text{ und } Re(z) \leq 2\}$
- $\{z \in \mathbb{C} | |z| \leq 2 \text{ und } Im(z) \geq 1\}$

Zu Kapitel 5

43. Berechne die Normalform der folgenden Zahlen:

- $4e^{i \cdot 90^\circ}$
- $3e^{i \cdot 0^\circ}$
- $2e^{i \cdot 180^\circ}$
- $2.5e^{i \cdot 270^\circ}$
- $2e^{i \cdot 45^\circ}$
- $2e^{i \cdot 30^\circ}$
- $4\sqrt{3}e^{i \cdot 300^\circ}$
- $3\sqrt{2}e^{i \cdot 135^\circ}$

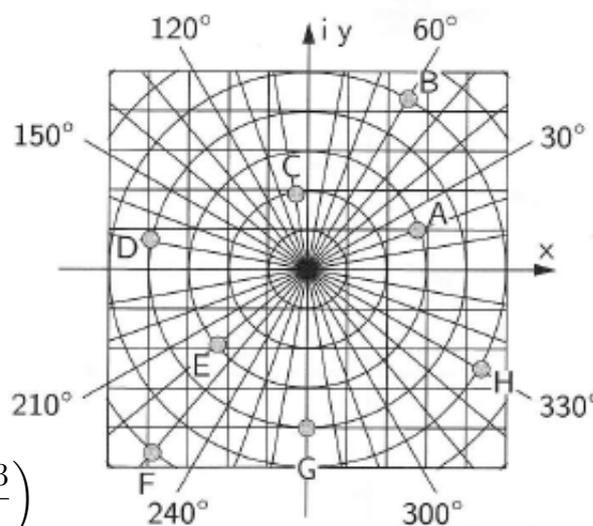
44. Berechne die Polarform:

- $2 + 2i$
- $-2 + 2i$
- $-2 - 2i$
- $2 - 2i$
- 3
- $3i$
- -3
- $-3i$

45. Verwandle von der Normalform in die Polarform:

- $2 + 2\sqrt{3}i$
- $-2 + 2\sqrt{3}i$
- $-6\sqrt{2} - 6\sqrt{2}i$
- $2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$

46. Gib von den zu den Punkten A bis H gehörenden Zahlen a bis h die Polarform und die Normalform an. Die Beträge sind alle natürliche Zahlen und alle Winkel sind Vielfache von 10° .



47. Gegeben sind $z_1 = 3 + 6i$ und $z_2 = -1 + 2i$.

Berechne a) $arg(z_1^2 \cdot z_2)$ b) $arg\left(\frac{z_2 + 3}{z_1}\right)$

48. Stelle folgende Zahlenmengen graphisch dar.

- $\{z \in \mathbb{C} | |z| = 1\}$
- $\{z \in \mathbb{C} | |z| \geq \sqrt{5}\}$
- $\{z \in \mathbb{C} | arg(z) = 45^\circ\}$
- $\{z \in \mathbb{C} | |z| \leq 3 \text{ und } 180^\circ \leq arg(z) \leq 270^\circ\}$

49. Berechne die Polarform

- a) $(\cos(15^\circ) + i \sin(15^\circ)) \cdot (\cos(60^\circ) + i \sin(60^\circ))$
 b) $(\cos(25^\circ) - i \sin(25^\circ)) \cdot (\cos(35^\circ) - i \sin(35^\circ))$
 c) $\frac{(\cos(75^\circ) + i \sin(75^\circ))}{(\cos(45^\circ) - i \sin(45^\circ))}$ d) $\frac{(\cos(210^\circ) - i \sin(210^\circ))}{(\cos(150^\circ) + i \sin(150^\circ))}$

50. Berechne für $z_1 = e^{i \cdot 100^\circ}$, $z_2 = e^{-i \cdot 50^\circ}$, $z_3 = 4e^{i \cdot 200^\circ}$, $z_4 = 3e^{-i \cdot 120^\circ}$, $z_5 = 2e^{i \cdot 300^\circ}$, $z_6 = 8e^{i \cdot 50^\circ}$ die Polarform folgender Zahlen:

- a) z_5^5 b) $z_2^2 \cdot z_4^4$ c) z_1^{-5} d) $\frac{(z_6 z_3)^2}{(z_1 z_5)^3}$
 e) $\frac{z_3 z_4^2}{z_5^3}$ f) $\left(\frac{z_3 z_5}{z_1}\right)^4$ g) $(z_6 z_3^3)^{-2}$ h) $\left(\frac{z_3 z_5}{z_1}\right)^{-3}$

51. Bestimme das Resultat in Polar- und in Normalform:

- a) $(1+i) + \sqrt{2}e^{i \cdot 3\pi/4}$ b) $(1+i) \cdot \sqrt{2}e^{i \cdot 3\pi/4}$ c) $\frac{(1 + \sqrt{3}i)}{4e^{i \cdot 2\pi/3}}$ d) $(\frac{5}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{2}i) - 5e^{i \cdot 7\pi/6}$

Lösungen

1. a) -1 b) $-i$ c) 1 d) i e) 0
 2. a) 1 b) -1 c) i d) i e) 2
 3. a) richtig b) richtig c) falsch d) falsch
 4. a) wahr b) wahr c) wahr d) wahr
 5. a) $\frac{1}{3}, \mathbb{Q}$ b) $\pm 2, \mathbb{Z}$ c) $\pm 2\sqrt{3}, \mathbb{R}$ d) $\pm 2i, \mathbb{C}$
 6. a) 4 b) ± 4 c) ± 4 d) ± 4 e) $\pm 4, \pm 4i$
 7. Die Potenzgesetze gelten bei rationalen Exponenten nur für positive Basen.
 10. a) $i, 1, -i, -1$ b) $i, -1, -i, 1$
 11. a) $n = 4k + 2$ für $k \in \mathbb{Z}$ b) $n = 4k + 3$ für $k \in \mathbb{Z}$
 12. a) $4 - 7i$ b) $7 + 6i$ c) $367 - 315i$ d) $27 - 66i$ e) 15 f) -49
 13. a) $15 - 13i$ b) $112 + 40i$ c) $-9 - 32i$ d) $19 + 30i$ e) 20 f) 8
 14. a) $2\sqrt{5}$ b) $(3\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) + (6 - \sqrt{10})i$ c) $(6 - \sqrt{5}) - 2i$
 d) $(9 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5}) + (6 - \sqrt{10})i$
 15. a) $(z_1, z_8), (z_2, z_7), (z_3, z_6), (z_4, z_5)$ b) $(z_1, z_5), (z_2, z_6), (z_3, z_7), (z_4, z_8)$
 16. a) $-12 + 5i, 12 + 5i, \frac{12}{169} + \frac{5}{169}i$ b) $-3 - i, 3 - i, \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$ c) $-\frac{5}{3}i, -\frac{5}{3}i, -\frac{3}{5}i$
 d) $\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$
 17. a) $-\frac{5}{34}$ b) $-\frac{5}{3}$ c) $\frac{31}{73}$ d) $\frac{5}{7}$
 18. a) $\frac{27}{52} + \frac{73}{52}i$ b) $\frac{3}{4} + \frac{5}{2}i$ c) $\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ d) $\frac{1}{5} + \frac{2\sqrt{6}}{5}i$
 19. a) $(a+c) + (b+d)i$ b) $(-2a) + (-2b+4c)i$ c) $(28ac + 15bd) + (-35ad + 12bc)i$
 d) $\frac{ac - bd}{c^2 + d^2} + \frac{ad + bc}{c^2 + d^2}i$ e) $\frac{b}{b^2 + d^2} - \frac{d}{b^2 + d^2}i$ f) $-2b$
 20. a) $4abi$ b) $\frac{b^2 - c^2}{b^2 + c^2} + \frac{2bc}{b^2 + c^2}i$ c) $9a^2 + b^2 - 8bc + 16c^2$ d) $\frac{-2ad + 6bc}{9c^2 + d^2}i$
 e) $2a$ f) 0

21. a) 0 b) i c) -1 d) $-i$

22. a) -1 b) $-1 - i$ c) 0 d) 1

23. a) $1, 2$ b) $2 \pm 3i$ c) $\pm 4i$

24. a) $-2 \pm i$ b) $-5, 1$ c) $\pm \frac{5}{9}i$

25. a) $5 + 7i$ b) $2 - 5i$ c) $-4 + 5i$

26. a) $4 \pm 7i$ b) $-1 \pm \frac{1}{2}i$ c) $\frac{6}{5} \pm i$ d) $\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

27. a) $-3 \pm 4i$ b) $\frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}i$ c) $7 \pm 2i$ d) $5 \pm \sqrt{15}i$

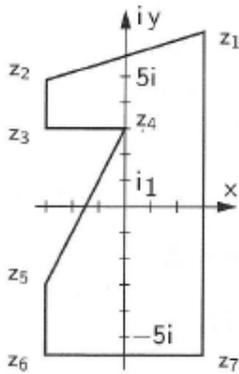
28. a) $0, 2 \pm \sqrt{2}i$ b) $\pm i, \pm 2i$

29. a) $0, 1 \pm i$ b) $\pm 3i, \pm \sqrt{6}$

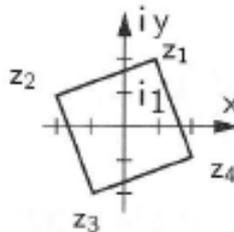
30. a) $-2, \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{2}i$ b) $2, -1 \pm 3i$ c) $-1, \frac{4}{5} \pm \frac{3}{5}i$ d) $4, -1 \pm \sqrt{3}i$

31. a) $-1, \frac{2}{3} \pm i$ b) $-3, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{11}}{2}i$ c) $1, -2 \pm 2i$ d) $5, 1 \pm 2i$

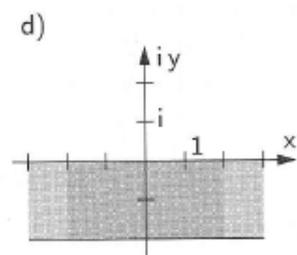
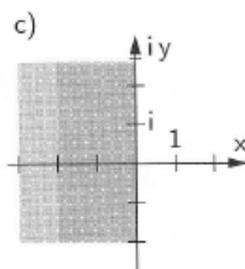
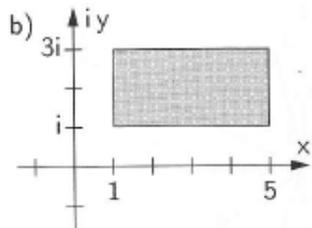
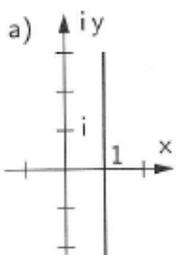
32.



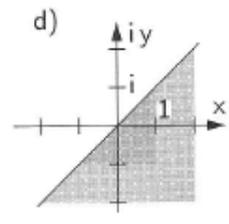
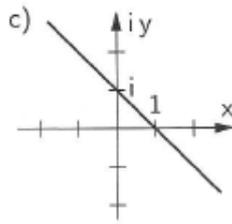
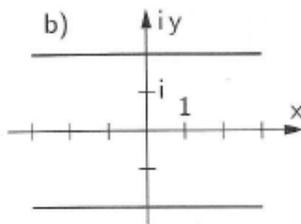
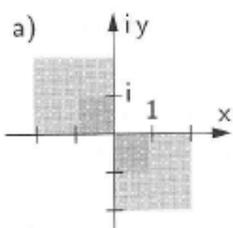
33.



34.



35.



36. a) $\{z \in \mathbb{C} | \text{Im}(z) = 6\}$ b) $\{z \in \mathbb{C} | \text{Re}(z) = -3\}$ c) $\{z \in \mathbb{C} | \text{Im}(z) = 0\}$
 d) $\{z \in \mathbb{C} | \text{Re}(z) = 0\}$

37. a) $\{z \in \mathbb{C} | \text{Re}(z) = 0 \text{ und } 2 \leq \text{Im}(z) \leq 4\}$ b) $\{z \in \mathbb{C} | |\text{Re}(z)| < 1 \text{ und } |\text{Im}(z)| < 1\}$
 c) $\{z \in \mathbb{C} | \text{Re}(z) \leq -8 \text{ oder } \text{Re}(z) \geq -3 \text{ und } \text{Im}(z) \leq -1 \text{ oder } \text{Im}(z) \geq 3\}$
 d) $\{z \in \mathbb{C} | \text{Re}(z) > 0 \text{ und } \text{Im}(z) > 0\}$

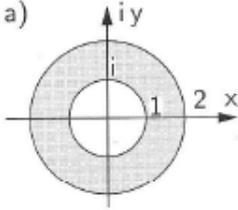
38. a) \mathbb{R} b) 0 c) ± 1

39. a) \mathbb{C} b) \mathbb{C} c) \mathbb{R}

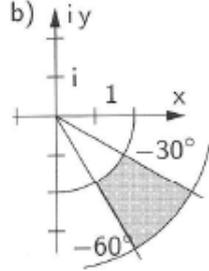
40. a) \mathbb{C} b) \mathbb{R} c) $\mathbb{C} \setminus \{0\}$

41. a) $\sqrt{17}$ b) $\frac{3}{5}$

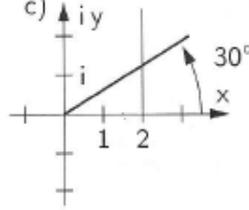
42. a)



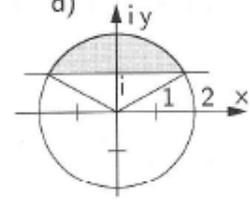
b)



c)



d)



43. a) $4i$ b) 3 c) -2 d) $-2.5i$ e) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ f) $\sqrt{3} + i$ g) $2\sqrt{3} - 6i$
 h) $-3 + 3i$

44. a) $2\sqrt{2} \cdot e^{i\pi/4}$ b) $2\sqrt{2} \cdot e^{i3\pi/4}$ c) $2\sqrt{2} \cdot e^{i5\pi/4}$ d) $2\sqrt{2} \cdot e^{i7\pi/4}$ e) $3 \cdot e^{i0} = 3$
 f) $3 \cdot e^{i\pi/2}$ g) $3 \cdot e^{i\pi}$ h) $3 \cdot e^{i3\pi/2}$

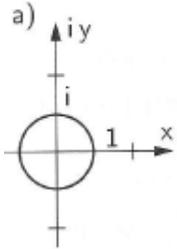
45. a) $4 \cdot e^{i\pi/3}$ b) $4 \cdot e^{i2\pi/3}$ c) $12 \cdot e^{i5\pi/4}$ d) $4 \cdot e^{i7\pi/4}$

46. $a = 3 \cdot e^{i20^\circ} = 2.819 + 1.026i$ $b = 5 \cdot e^{i60^\circ} = 2.5 + 4.330i$
 $c = 2 \cdot e^{i100^\circ} = -0.3473 + 1.970i$ $d = 4 \cdot e^{i170^\circ} = -3.939 + 0.6946i$
 $e = 3 \cdot e^{i220^\circ} = -2.2981 - 19.28i$ $f = 6 \cdot e^{i230^\circ} = -3.857 - 4.596i$
 $g = 4 \cdot e^{i270^\circ} = -4i$ $h = 5 \cdot e^{i330^\circ} = 4.330 - 2.5i$

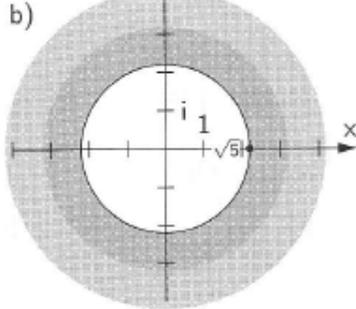
47. a) 243.4° b) 341.6°

48.

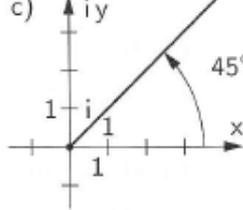
a)



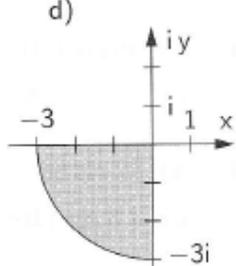
b)



c)



d)



49. a) $e^{i5\pi/12}$ b) $e^{i5\pi/3}$ c) $e^{i2\pi/3}$ d) $e^{i0} = 1$

50. a) $32 \cdot e^{i60^\circ}$ b) $81 \cdot e^{i140^\circ}$ c) e^{i220° d) $128 \cdot e^{i20^\circ}$ e) $4.5 \cdot e^{i140^\circ}$
 f) $4096 \cdot e^{i160^\circ}$ g) $\frac{1}{262144} \cdot e^{i140^\circ}$ h) $\frac{1}{512} \cdot e^{i240^\circ}$

51. a) $2 \cdot e^{i\pi/2} = 2i$ b) $2 \cdot e^{i0^\circ} = 2$ c) $\frac{1}{2} \cdot e^{i5\pi/3} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$ d) $10 \cdot e^{i\pi/6} = 5\sqrt{3} + 5i$