Folgerung 4.5.4

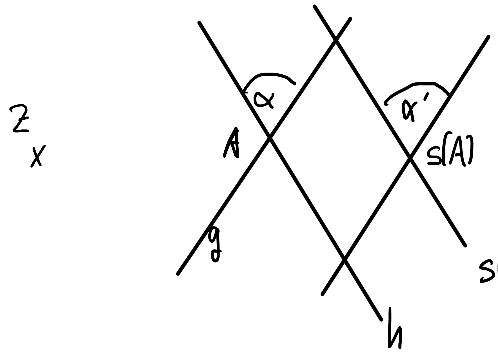
Insbesondere gilt: Jede zentrische Streckung mit Streckfaktor $\lambda \neq 0$

(d) erhält Winkel: «Streckungen sind winkeltreu»;
(e) bildet parallele Geraden auf parallele Geraden ab;
(f) erhält Längenverhältnisse: «Streckungen sind verhältnistreu»;
(g) bildet Kreise auf Kreise ab, genauer wird $k(A, r)$ auf $k(s(A), |\lambda| \cdot r)$ abgebildet;
(h) bildet Ellipsen/Parabeln/Hyperbeln auf Ellipsen/Parabeln/Hyperbeln ab;
(i) verändert Flächeninhalte um den Faktor $|\lambda|^2 = \lambda^2$. Beweis nur für Flächeninhalte, die wir bereits berechnen können.

Alles gilt analog auch bei zentrischen Streckungen des Raums. Volumina ändern sich um den Faktor $|\lambda|^3$.

Beweis:

d)



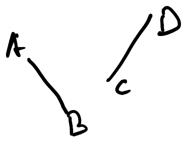
$s(g) \parallel g$ nach (a)

$s(h) \parallel h$ nach (a)

Also $\alpha' = \alpha$ per Stufenwinkel

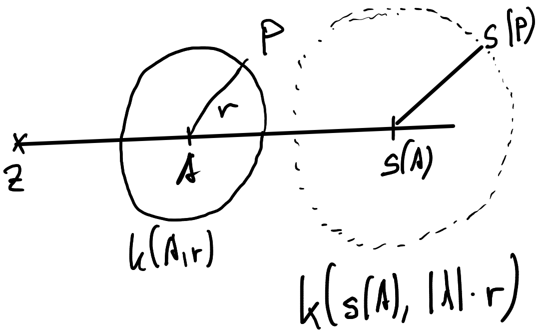
e) $g \parallel h \xRightarrow{(a)} \left.\begin{array}{l} s(g) \parallel g \\ s(h) \parallel h \end{array}\right\} \Rightarrow s(g) \parallel g \parallel h \parallel s(h)$, also $s(g) \parallel s(h)$

f) A, B, C, D vier Punkte



$$\frac{\overline{s(A)\,s(B)}}{\overline{s(C)\,s(D)}} \overset{(b)}{=} \frac{|\lambda|\,\overline{AB}}{|\lambda|\,\overline{CD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$$

g)

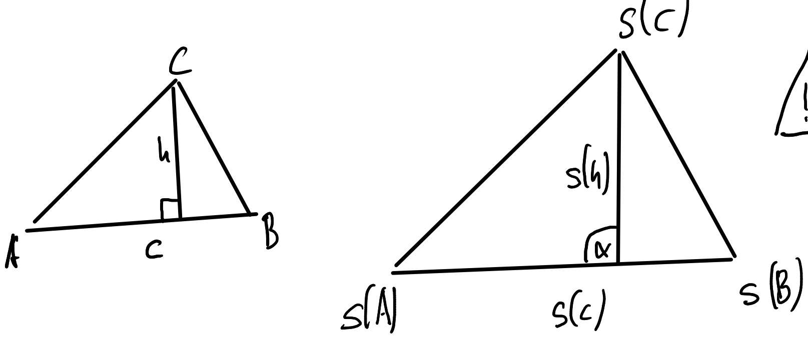


$$P \in k(A, r) \iff \overline{PA} = r$$

$$\Downarrow (b)$$

$$s(P) \in k(s(A), |\lambda| \cdot r) \iff \overline{s(P)\,s(A)} = |\lambda|\,\overline{PA} = |\lambda|\, r$$

i)



⚠ $\alpha = 90°$ wegen (d)

Also $s(h)$ Höhe!

$$\text{Fläche}(\underbrace{s(\Delta ABC)}_{\text{ist Dreieck}}) \underset{\text{nach (b)}}{=} \text{Fläche}(\underbrace{\Delta\, s(A)\, s(B)\, s(C)}) = \frac{1}{2}\, s(c) \cdot s(h) \overset{(b)}{=} \frac{1}{2}\, |\lambda| \cdot c \cdot |\lambda| \cdot h$$

$$= |\lambda|^2 \cdot \text{Fläche}(\Delta ABC)$$