1. Einführung in harmonische Schwingungen

1.1. **Ziel.** Beschreibe ein Federpendel (`https://de.wikipedia.org/wiki/Federpendel`) mathematisch, d.h. finde einen Ausdruck

$$y(t) = \dots$$

für die Höhe (= y-Koordinate) des Massestücks in Abhängigkeit von der Zeit t.

1.2. **Video.** `https://www.youtube.com/watch?v=ZZiE8KbkTuw`, zuerst nur Federpendel beachten!

1.3. **Begriffe.**

- Eine **Schwingung** (oder **Oszillation**) ist die wiederholte zeitliche Schwankung eines Systems.
- **Periode** einer Schwingung:

$$T = \text{Periode} = \text{kleinste positive Zeit, nach der sich der Vorgang wiederholt}$$

Im Video: Schätzung $T = 8\,\text{s}$.
Genauer: beobachte das System über längere Zeit:

$$T = \frac{\text{Beobachtungszeit}}{\text{Anzahl der «Einzelschwingungen» während der Beobachtungszeit}} = \frac{45\,\text{s} - 5\,\text{s}}{4} = \frac{40\,\text{s}}{4} = 10\,\text{s}$$

- **Frequenz** einer Schwingung:

$$f = \text{Frequenz} = \text{Anzahl der «Einzelschwingungen» pro Sekunde}$$

Im Video:

$$f = \frac{\text{Anzahl der «Einzelschwingungen» während der Beobachtungszeit}}{\text{Beobachtungszeit}} = \frac{4}{40\,\text{s}} = \frac{1}{10\,\text{s}} = \frac{1}{10}\frac{1}{\text{s}} = \frac{1}{10}\text{Hz}$$

Einheit *Hertz* $\text{Hz} := \frac{1}{\text{s}}$.
Vgl.: Musik: Der Kammerton a hat 440 Hz («Saite einer Geige» oder Lautsprechermembran schwingt 440 Mal pro Sekunde).

1.4. **Merke.** (eventuell nur per Text? nur erste Zeile? nur erste Zeile Text?)

$$f = \frac{1}{T} \qquad \text{in Worten} \qquad \text{Frequenz} = \frac{1}{\text{Periode}}$$

oder äquivalent

$$T = \frac{1}{f} \qquad \text{in Worten} \qquad \text{Periode} = \frac{1}{\text{Frequenz}}$$

1.5. **Vom Federpendel zur Kreisbewegung.** Was zeigt das Video?

- Die Höhe des Massestücks stimmt stets mit der Höhe des markierten Punktes auf der rotierenden Scheibe überein (für geeignete Scheibengrösse und Rotationsgeschwindigkeit).
- D.h. $y(t)$ kann durch eine Sinusfunktion beschreiben werden.
- D.h. die Schwingung des Federpendels ist eine **Sinusschwingung** = **harmonische Schwingung**.

Eventuell 1:51 in `https://www.youtube.com/watch?v=GqkND_7Kcc8` (evtl. als Vorbereitung zur nachfolgenden Skizze auch 4:36).

1.6. **Skizze.** Siehe Abbildung 1. Dort werden insbesondere die Begriffe **Amplitude** und **Phase** eingeführt.
Danach je nach Zeit Aufgabe 12.14 im Skript!?

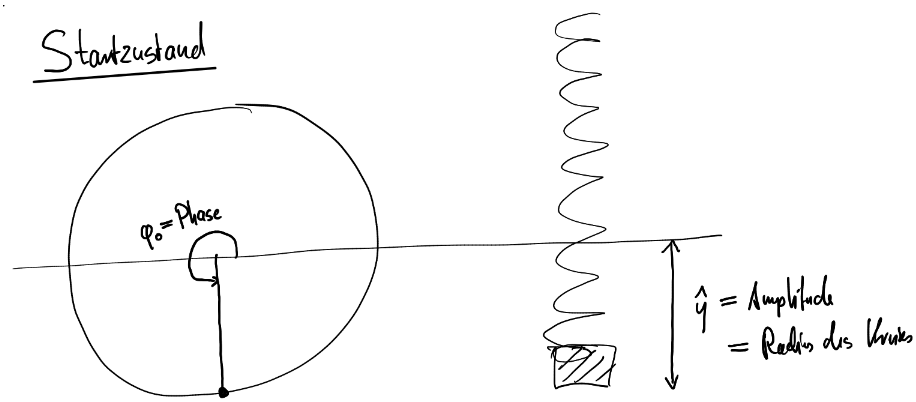

ABBILDUNG 1. Kreisbewegung und Federpendel

1.7. **Herleitung der Formel für $y(t)$.** Klar ist nun hoffentlich, das

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin\left(\underbrace{\text{Winkel in Abhängigkeit von der Zeit } t}_{\varphi(t)}\right)$$

Der Winkel wächst gleichmässig in der Zeit, d.h. $\varphi(t)$ ist eine *lineare Funktion* von t: (übliche Bezeichnungen für Steigung und y-Achsenabschnitt)

$$\varphi(t) = m \cdot t + q$$

Bestimme Steigung m und (ϕ-)Achsenabschnitt q!

Bekannt sind:

- Zur Zeit $t = 0$ (Startzustand) gilt

$$\begin{aligned} & \varphi(0) = \varphi_0 \\ \iff \quad & m \cdot 0 + q = \varphi_0 \\ \iff \quad & q = \phi_0 \end{aligned}$$

- Nach einer Periode, also zur Zeit T, gilt

$$\begin{aligned} & \varphi(T) = \varphi_0 + 360^\circ \\ \iff \quad & m \cdot T + q = \varphi_0 + 360^\circ \\ \overset{q=\varphi_0}{\iff} \quad & m \cdot T + \varphi_0 = \varphi_0 + 360^\circ \\ \iff \quad & mT = 360^\circ \\ \iff \quad & m = \frac{360^\circ}{T} \overset{f=\frac{1}{T}}{=} f \cdot 360^\circ \end{aligned}$$

Fazit:

Winkel in Abhängigkeit von der Zeit:

$$\phi(t) = m \cdot t + q = f \cdot 360^\circ \cdot t + \phi_0$$

Höhe in Abhängigkeit von der Zeit:

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\phi(t)) = \hat{y} \cdot \sin\left(f \cdot 360^\circ \cdot t + \phi_0\right)$$

1.8. **Test unserer Formel gegen das Video.** Frequenz $f = 0.1\,\text{Hz}$, Phase $\phi_0 = 270^\circ$, Amplitude (geschätzt) $\hat{y} = 10\,\text{cm}$.

`https://www.geogebra.org/classic/u89nmhhm`