

---

# Aufgabenkatalog

15.6.2017

---

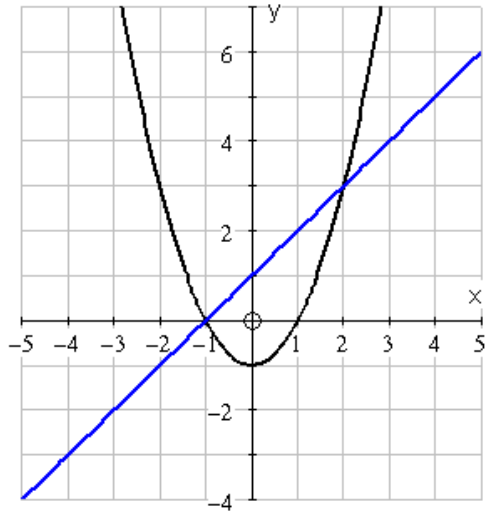
## Aufgabenübersicht

1	Integralrechnung: Schnittwinkel, Fläche	1
2	ExpoLog: Wachstum	2
3	Folgen und Reihen: Geometrische Folge, Geometrische Reihe	3
4	Differentialrechnung: Ableitung, Tangente, Integral	4
5	Stochastik: Bedingte Wahrscheinlichkeit	5
6	Integralrechnung: Rotationskörper	6
7	Differentialrechnung: Kurve bestimmen	7
8	Vektorgeometrie: Gerade, Winkel zwischen Geraden	8
9	ExpoLog: Exponentielles Wachstum	9
10	Vektorgeometrie: Ebene, Pyramide	10
11	Folgen und Reihen: Beispiel Folge	11
12	ExpoLog: Logarithmus, Logarithmengleichungen	12
13	ExpoLog: Logarithmus und Exponentialfunktion	13
14	Vektorgeometrie: Skalar- und Vektorprodukt	14
15	Folgen und Reihen: AF, AR, GF, GR	15
16	Differentialrechnung: Trigonometrische Funktionen	16
17	Stochastik: Binomialkoeffizient	17
18	Vektorgeometrie: 2D, Dreieck, Steigung, Richtungsvektor	18
19	Differentialrechnung: Ableitung der Exponentialfunktion, Integral	19
20	Vektorgeometrie: Dreieck, Vektorprodukt	20
21	Differentialrechnung: Ableitung der Exponentialfunktion, Integral	21
22	Vektorgeometrie: Gerade in der Ebene	22
23	Differentialrechnung: Kettenregel	23

24	Integralrechnung: Trigonom. Funktionen, Exponentialfunktion, GF und GR	24
25	Differentialrechnung: Differenzierbarkeit	25
26	Stochastik: Baumdiagramm, Binomialverteilung	26
27	Folgen und Reihen: GF, GR	27
28	Integralrechnung: Tangente, Fläche	28
29	Stochastik: Kombinatorik, Binomialkoeffizient	29
30	Integralrechnung: Uneigentliches Integral	30
31	Integralrechnung: Integral, ln	31
32	Integralrechnung: Integral, ln	32
33	Vektorgeometrie: Ebene	33
34	Vektorgeometrie: Ebene	34
35	ExpoLog: natürliche Exponentialfunktion	35
36	Differentialrechnung: Graphisch Ableiten, Kurvendiskussion	36
37	Stochastik: Kombinatorik	37
38	Vektorgeometrie: Ebene, Gerade	38
39	Folgen und Reihen: Sigma Notation, AF, AR	39
40	Differentialrechnung: Grundlagen, Regeln	40
41	Vektorgeometrie: 2D	41
42	Vektorgeometrie: Geraden	42
43	Folgen und Reihen: GR, GF	43
44	Integralrechnung: Trigonometrische Funktionen	44
45	Stochastik: Kombinatorik	45
46	Integralrechnung: Trigonometrische Funktionen, Rotationskörper	46
47	Vektorgeometrie: Ebenen	47
48	Folgen und Reihen: Vollständige Induktion	48
49	Folgen und Reihen: Vollständige Induktion	49
50	Zusatz S: Rotationskörper	50
51	Zusatz S: Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	51
52	Zusatz S: Folgen und Reihen	52

**Aufgabenstellung**

Gegeben sind die zwei Funktionsgraphen:



- (a) Wie lauten die Funktionsgleichungen der abgebildeten Graphen?
- (b) Wie bestimmt man die Schnittpunkte?
- (c) Was versteht man unter dem Schnittwinkel der Graphen im Schnittpunkt  $(2/3)$  und wie müsste man diesen berechnen?
- (d) Wie berechnet man die Fläche zwischen den beiden Graphen?

<b>2</b>	<b>Wachstum</b>	ExpoLog
----------	-----------------	---------

**Aufgabenstellung**

Gegeben sind zwei Exponentialfunktionen:

$$N(t) = 1000 \cdot 1.025^t$$

$$A(t) = 500 \cdot 0.81^t$$

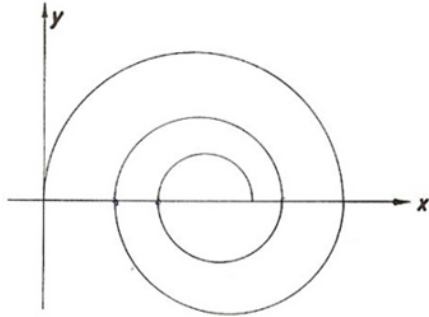
- (a) Was kann man an den Funktionen erkennen, welche Information über das Wachstum können abgelesen werden?
- (b) Wie sehen Graphen von Exponentialfunktionen aus?
- (c) Was versteht man unter Halbwertszeit? Wie würdest du diese berechnen?

**3 Geometrische Folge, Geometrische Reihe**

## Folgen und Reihen

**Aufgabenstellung**

Gegeben: Eine Spirale aus 1000 Halbkreisen, deren Durchmesser eine geometrische Folge mit dem Quotienten  $q = \frac{3}{4}$  bilden, wobei der erste Durchmesser  $d_1 = 100$  ist.



- (a) Wie lang ist die Spirale?
- (b) Um welchen Punkt herum windet sich die Spirale unendlich oft?

4	Ableitung, Tangente, Integral	Differentialrechnung
---	-------------------------------	----------------------

**Aufgabenstellung**

Gegeben: Funktion  $f(x) = x^3 - x$ .

- (a) Wie sieht der Graph der Funktion aus (Nullstellen, Extremstellen, Wendepunkte)?
- (b) Wie lautet die Gleichung der Tangente im Punkt  $P(3/y)$ ?
- (c) Jetzt soll im Wendepunkt die Normale zum Graphen gelegt werden. Wie findet man die Gleichung dieser Normalen?

<b>5</b>	<b>Bedingte Wahrscheinlichkeit</b>	<b>Stochastik</b>
----------	------------------------------------	-------------------

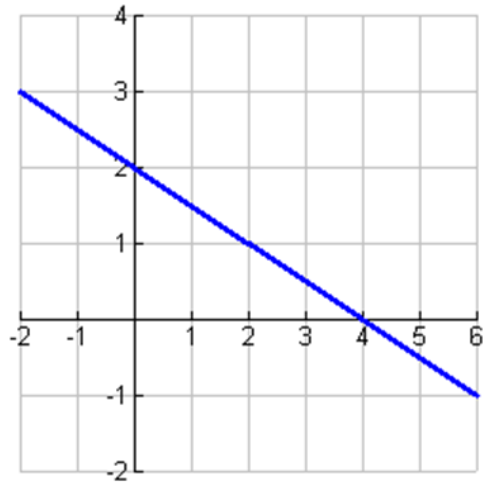
**Aufgabenstellung**

Hinter dem Haus steht ein ungespritzter Zwetschgenbaum mit sehr vielen Früchten. Aus Erfahrung weist Du, dass eine zufällig ausgewählte Zwetschge mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.4 ohne Wurm ist.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat es bei fünf gepflückten Zwetschgen kein Wurm drin?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist mindestens eine Zwetschge ohne Wurm dabei?

**6 Rotationskörper****Integralrechnung****Aufgabenstellung**

Gegeben ist der Graph einer Geraden.



- (a) Wie lautet die Funktionsgleichung dieser Geraden?
- (b) Wie berechnet man das Volumen des Rotationskörpers allgemein? (als Rotationsvolumen)
- (c) Die Gerade in der Abbildung rotiert um x-Achse. Zeige, dass die Berechnung mit Integral das Gleiche liefert, wie die Formel für das Kegelvolumen.

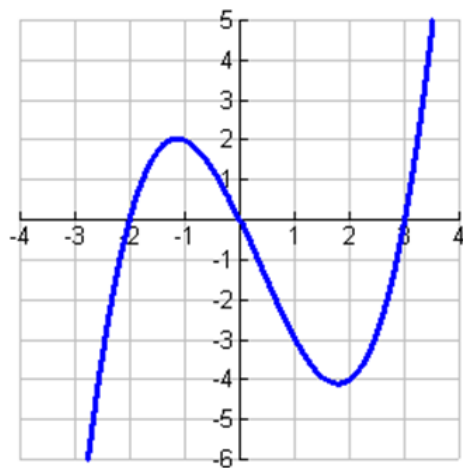


**7** Kurve bestimmen

## Differentialrechnung

**Aufgabenstellung**

Gegeben ist der Graph einer Funktion  $f$ .



- (a) Wie lautet eine mögliche Funktionsgleichung?
- (b) Was muss man sich unter der Steigung eines Graphen an einer Stelle vorstellen? Wie ist die Tangente eigentlich definiert?
- (c) Was bedeutet es, wenn die zweite Ableitung eines Graphen 0 ist? Wie sieht der dann aus?

## 8

## Gerade, Winkel zwischen Geraden

## Vektorgeometrie

**Aufgabenstellung**

Gegeben ist die Gerade  $g : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

und die Punkte  $A(-1/2/1)$  und  $B(3/4/-7)$ .

- (a) Wie prüft man, ob  $A$  und/oder  $B$  auf der Geraden liegen?
- (b) Jetzt sucht man den Punkt  $P$  auf  $g$ , der von  $A$  und  $B$  gleich weit entfernt ist. Wie geht man dabei vor?
- (c) Wie bestimmt man den Winkel zwischen zwei Geraden?

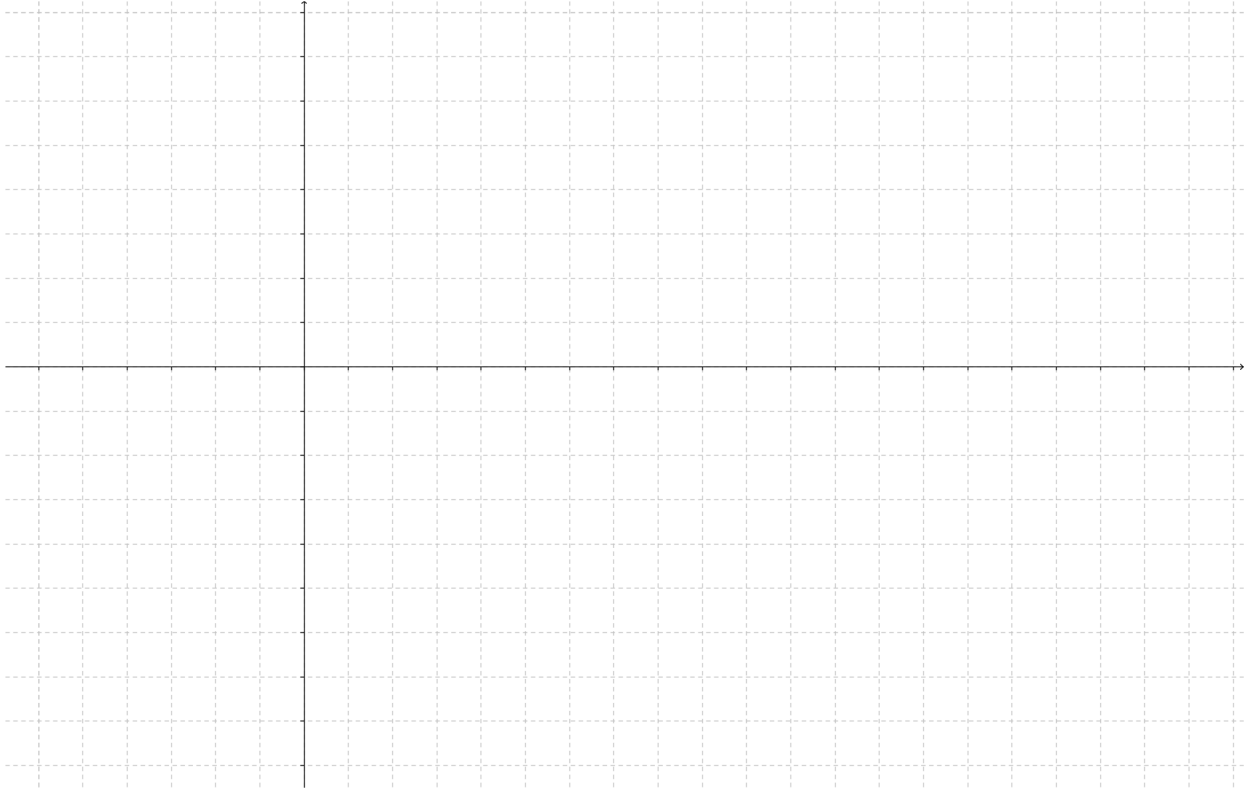
**9 Exponentielles Wachstum**

ExpoLog

**Aufgabenstellung**

Die Erdbevölkerung betrug 1960 3.0 Milliarden, 1988 5.2 Milliarden. Die Bevölkerungszahl nehme exponentiell zu.

- (a) Skizziere den Graphen einer Exponentialfunktion



- (b) Wie gross ist die jährliche Zunahme an Menschen auf der Erde in obiger Situation?  
(c) Wie viele Menschen werden im Jahr 2020 die Erde bevölkern?  
(d) In welchem Jahr wird, bei gleichem Wachstum, die Erdbevölkerung über 15 Milliarden betragen?

10	Ebene, Pyramide	Vektorgeometrie
----	-----------------	-----------------

**Aufgabenstellung**

Gegeben sind die Punkte  $A(2/2/1)$ ,  $B(0/1/1)$  und  $S(1/2/3)$  von einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche  $ABCD$  und Spitze  $S$ . Die Grundfläche liegt in der Ebene  $E : x - 2y + 2z = 0$ .

- (a) Wie weist man nach, dass  $A$  und  $B$  in der Ebene liegen?
- (b) Bestimme das Volumen der Pyramide.
- (c) Wie könnte man die beiden fehlenden Ecken bestimmen.

<b>11</b>	<b>Beispiel Folge</b>	Folgen und Reihen
-----------	-----------------------	-------------------

**Aufgabenstellung**

Betrachte die Folge 8, 12, 18, 27,...

- (a) Welche Art Folge liegt hier vor?
- (b) Vom wievielten Glied an sind alle Glieder grösser als 50'000?

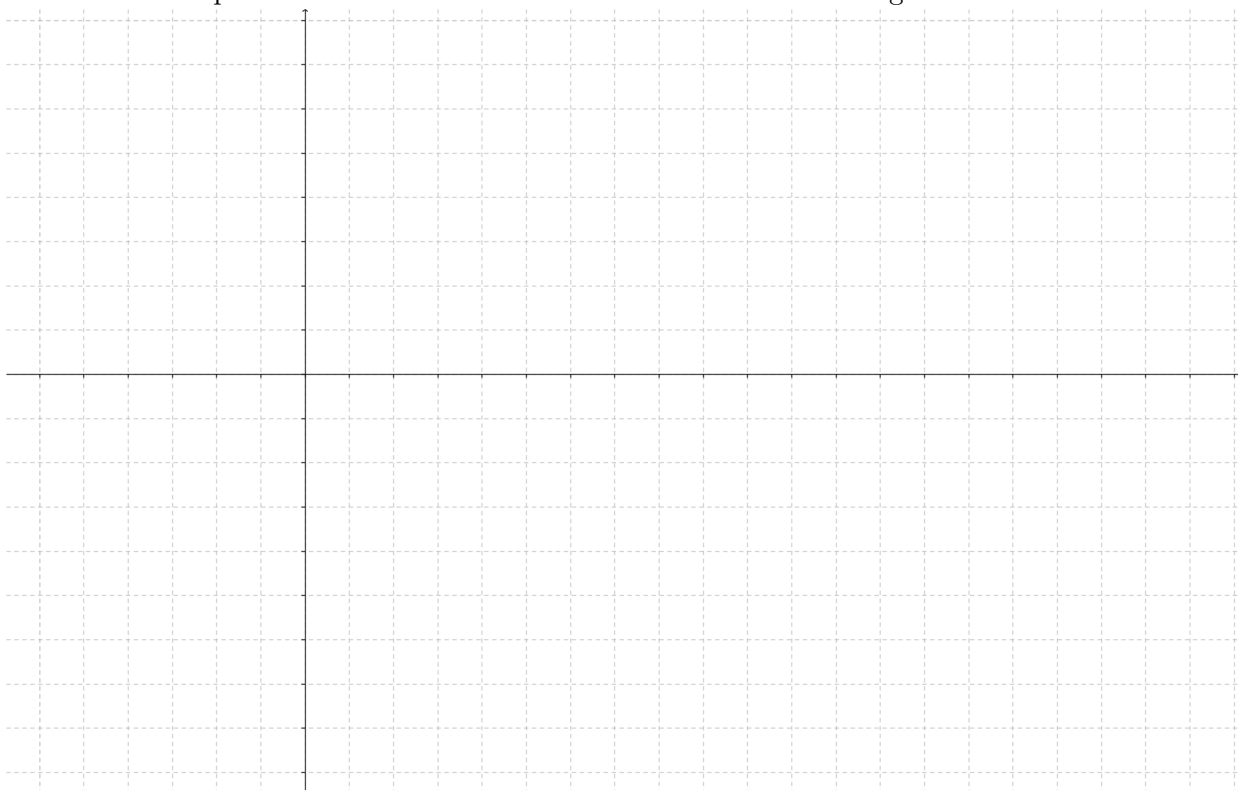
**12** Logarithmus, Logarithmengleichungen

ExpoLog

**Aufgabenstellung**

Was weißt du über den Logarithmus?

- (a) Definition, Rechenregeln, verschiedene Basen?
- (b) Welche Methoden zur Lösung von Logarithmengleichungen kennst du? Welche der Rechenregeln kann man anwenden?
- (c) Wo kommen logarithmische Skalen in wissenschaftlichen Anwendungen vor? Nenne ein Beispiel!
- (d) Skizziere die Exponentialfunktion zur Basis  $e$  und die natürliche Logarithmusfunktion.



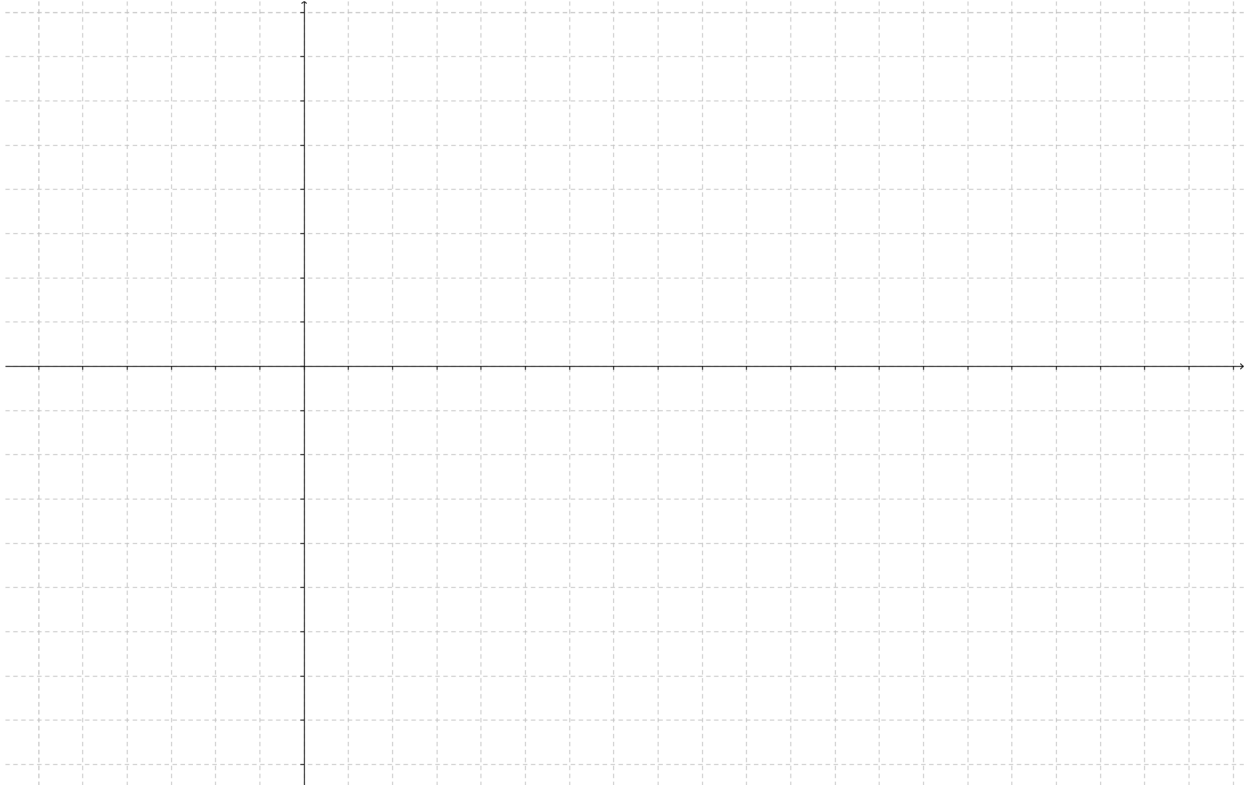
**13** Logarithmus und Exponentialfunktion

ExpoLog

**Aufgabenstellung**

Was weisst du über den Logarithmus?

- (a) Definition, Rechenregeln, verschiedene Basen?
- (b) Wo kommen Logarithmische Skalen in wissenschaftlichen Anwendungen vor? Nenne ein Beispiel!
- (c) Skizziere die Exponentialfunktion zur Basis  $e$  und die natürliche Logarithmusfunktion.



<b>14</b>	<b>Skalar- und Vektorprodukt</b>	Vektorgeometrie
-----------	----------------------------------	-----------------

**Aufgabenstellung**

Das Dreieck ABC mit  $A(7/-3/1)$ ,  $B(2/0/5)$  und  $C(9/-3/1)$  ist gegeben.

- (a) Berechne den Winkel  $\alpha$  in obigem Dreieck.
- (b) Berechne den Flächeninhalt des obigen Dreiecks.



<b>15</b>	<b>AF, AR, GF, GR</b>	Folgen und Reihen
-----------	-----------------------	-------------------

**Aufgabenstellung**

Zahlenfolge 70, 74, 78, 82, ...

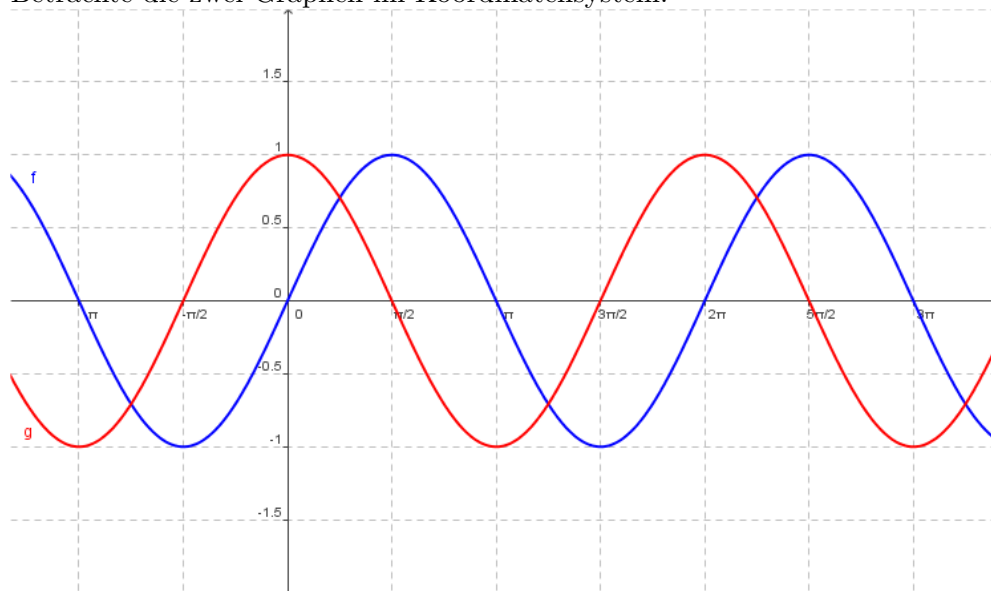
- (a) Um was für eine Folge handelt es sich hier?
- (b) Wie können solche Folgen algebraisch beschrieben werden? (explizit und rekursiv? Unterschied?)
- (c) Wenn man nun die ersten 20 dieser Folgenglieder aufaddiert, welchen Wert erhält man dann?
- (d) Kannst du eine geometrische Folge angeben? Wie lautet hier die Definition?

**16** Trigonometrische Funktionen

## Differentialrechnung

**Aufgabenstellung**

Betrachte die zwei Graphen im Koordinatensystem.



(a) Wie lauten die Funktionsgleichungen der beiden Graphen?

(b) Begründe anhand der Graphen:

$$\sin(x)' = \cos(x)$$

(c) Wie sieht der Graph von

$$\sin(x)''$$

aus?

<b>17</b>	<b>Binomialkoeffizient</b>	Stochastik
-----------	----------------------------	------------

**Aufgabenstellung**

Betrachte den Binomialkoeffizienten  $\binom{8}{3}$

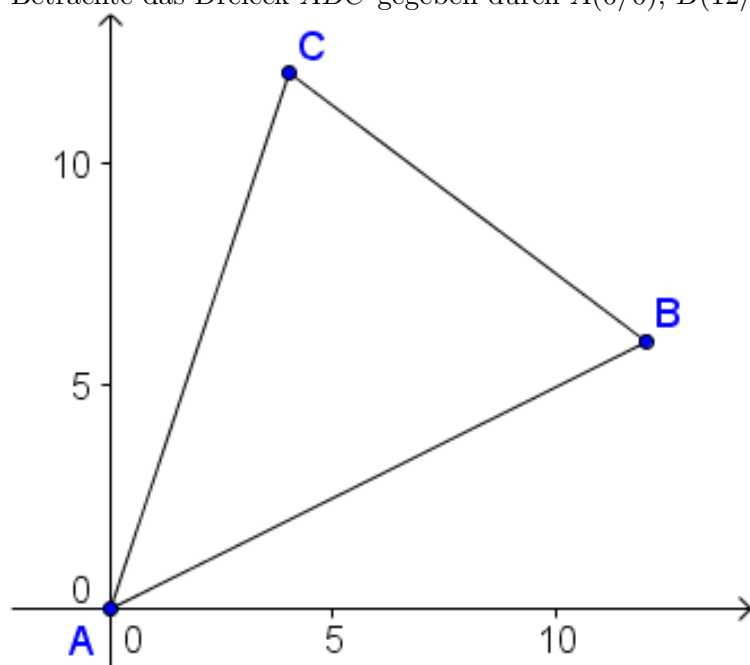
- (a) Was bedeutet dieser Term?
- (b) Berechne ihn.
- (c) Von 15 Autofahrern haben 5 ihre Einkäufe nicht deklariert, sind also Schmuggler. Zwei von den 15 werden zufällig ausgewählt und überprüft. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Schmuggler erwischt werden?

**18** 2D, Dreieck, Steigung, Richtungsvektor

## Vektorgeometrie

**Aufgabenstellung**

Betrachte das Dreieck  $ABC$  gegeben durch  $A(0/0)$ ,  $B(12/6)$  und  $C(4/12)$ .



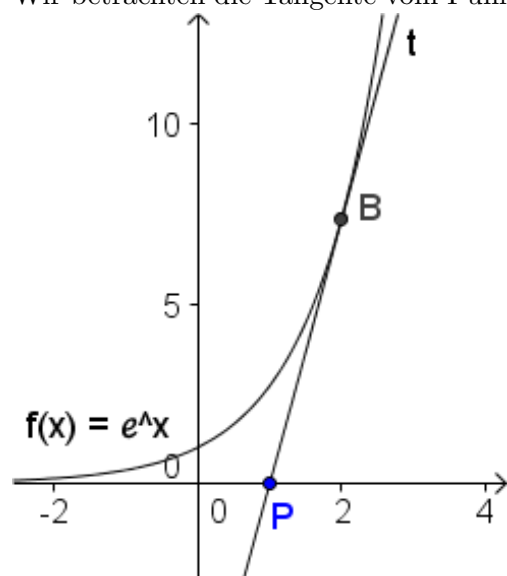
- (a) Wie kann man allgemein überprüfen, ob zwei Vektoren senkrecht aufeinander stehen?
- (b) Wie kann man in 2D zu einem gegebenen Vektor direkt einen dazu senkrechten angeben?
- (c) Berechne den Höhenschnittpunkt  $H$  des Dreiecks  $ABC$ .

**19** Ableitung der Exponentialfunktion, Integral

## Differentialrechnung

**Aufgabenstellung**

Wir betrachten die Tangente vom Punkt  $P(1/0)$  aus an den Graphen der Funktion  $f : y = e^x$ .



- (a) Begründe, wieso die Tangente die Kurve an der Stelle  $x = 2$  berührt.
- (b) Berechne die Fläche zwischen der Kurve  $f$ , der Tangente  $t$  und der  $x$ -Achse.

20	Dreieck, Vektorprodukt	Vektorgeometrie
----	------------------------	-----------------

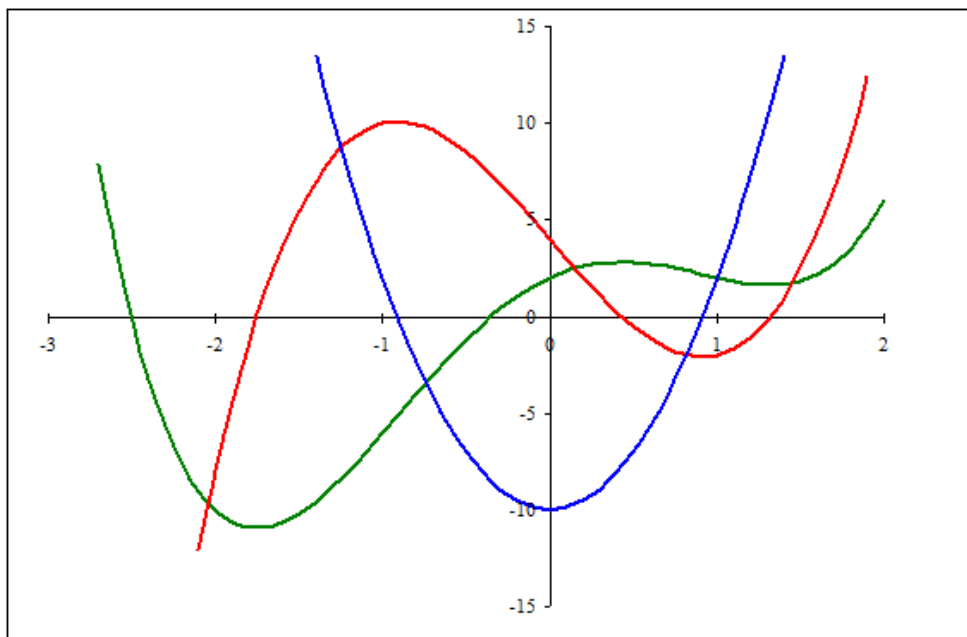
**Aufgabenstellung**

Gegeben sind drei Punkte  $A(5/1/2)$ ,  $B(2/4/2)$  und  $C(-1/1/2)$ .

- (a) Bilden die drei Punkte ein Dreieck?
- (b) Wie gross ist die Fläche?
- (c) Wie findet man den Schwerpunkt  $S$  des Dreiecks?

**21** Ableitung der Exponentialfunktion, Integral

## Differentialrechnung

**Aufgabenstellung**

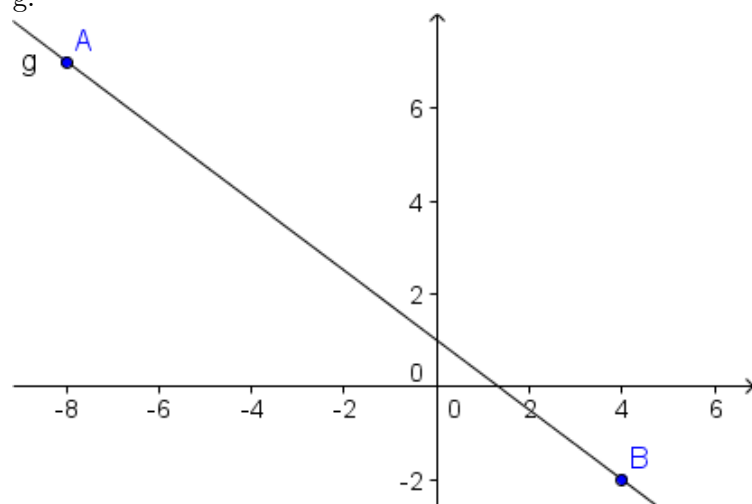
- (a) Welches ist die Ausgangsfunktion, welche ihre 1. Ableitung und welches ihre 2. Ableitung? Erkläre anhand der Graphen.
- (b) Welche Bedingungen muss ein Wendepunkt erfüllen? Erkläre anhand der Graphen.
- (c) Die Ausgangsfunktion ist ein Polynom, kannst du etwas zum Grad des Polynoms sagen? Wie könnte man das vorliegende Polynom aus den Graphen bestimmen?

**22** Gerade in der Ebene

## Vektorgeometrie

**Aufgabenstellung**

Gegeben sind zwei Punkte  $A(-8/7)$  und  $B(4/-2)$ . Diese beiden Punkte liegen auf der Geraden  $g$ .



- (a) Welche Darstellungsarten für die Gleichung der Geraden  $g$  gibt es?
- (b) Stelle die Parameterdarstellung der Geraden  $g$  auf.
- (d) Betrachte den Punkt  $Q(-2/5)$ . Welcher Punkt  $P$  auf der Geraden hat den kürzesten Abstand zum Punkt  $Q$ ?



**23****Kettenregel**

Differentialrechnung

**Aufgabenstellung**

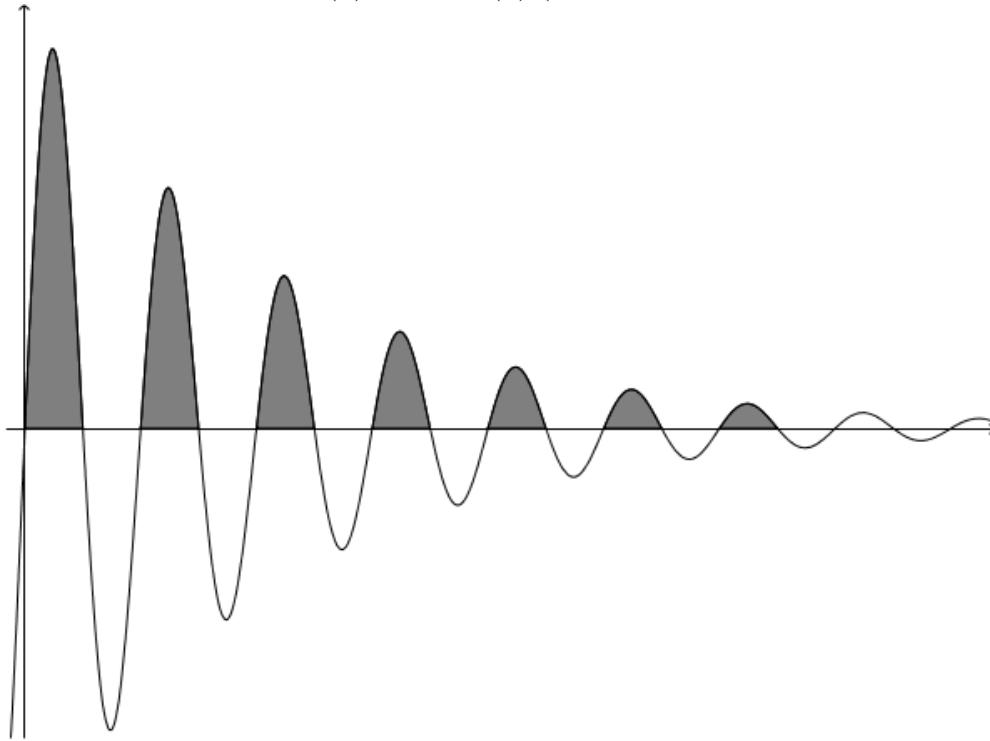
Gegeben sind die Funktionen:

$$\begin{array}{l} \text{Kind } x \xrightarrow{\text{Mutter von}} \text{Mutter } m(x) \\ \text{Kind } x \xrightarrow{\text{Vater von}} \text{Vater } v(x) \end{array}$$

- (a) Was sind dann  $m(v(x))$ ?  $v(m(x))$ ?,  $v(m(v(x)))$ ?
- (b) Gib ein eigene Beispiele von Verkettungen von Funktionen an. Was ist die innere/äussere Funktion?
- (c) Wie lautet die Kettenregel?
- (d) Leite dein(e) Beispiel(e) ab.

**24****Trigonom. Funktionen, Exponentialfunktion, GF und GR****Integralrechnung****Aufgabenstellung**

Betrachte die Funktion  $f(x) = e^{-x} \sin(x)$  (die Darstellung ist nicht massstabsgetreu).



(a) Zeige

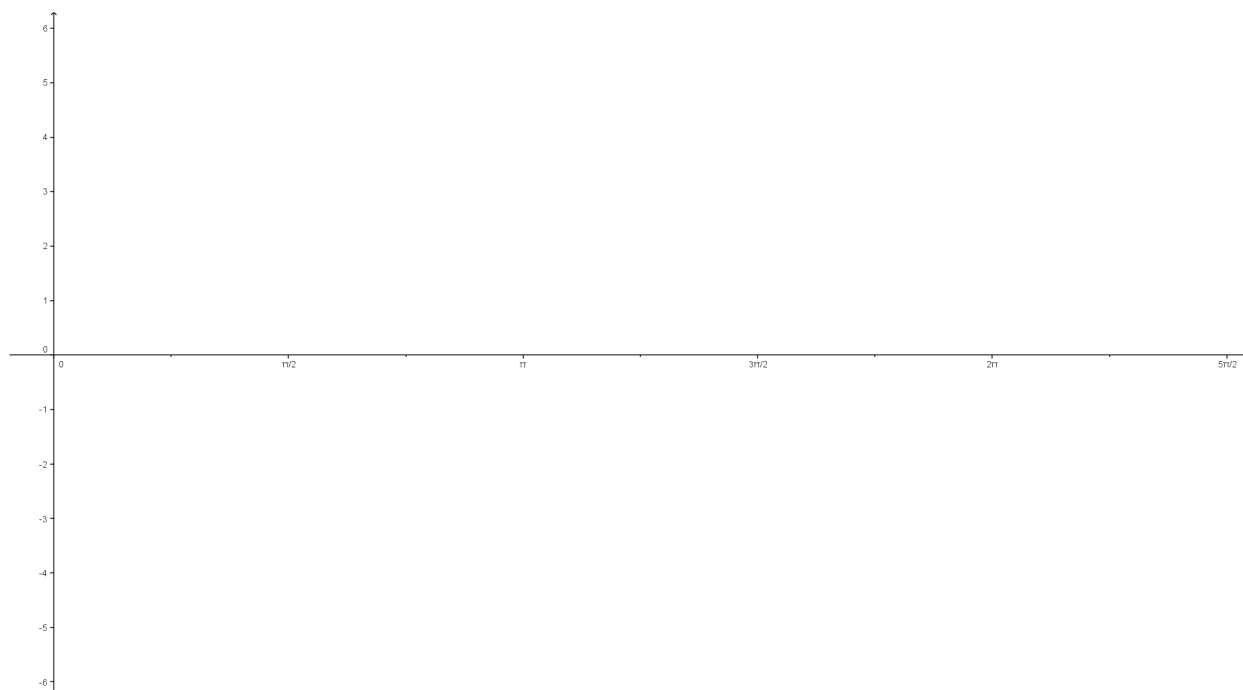
$$\int e^{-x} \sin x dx = (-\sin x - \cos x) \cdot \frac{1}{2} e^{-x} + C$$

- (b) Berechne die ersten 3 schattierten Flächen  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$ .  
(c) Bilden diese Flächeninhalte eine geometrische oder arithmetische Folge?  
(d) Berechne die Summe der ersten 7 Flächeninhalte.

**25****Differenzierbarkeit****Differentialrechnung****Aufgabenstellung**

Betrachte die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \sin(x) & \text{für } x < \frac{\pi}{6} \\ 6 \cdot \cos(2x) + b & \text{für } x \geq \frac{\pi}{6} \end{cases}$$



- (a) Welchen Einfluss haben die Parameter a und b auf die Graphen? Wie sehen die beiden Funktionen aus?
- (b) Bestimme a und b so, dass die Funktion in der ganzen Definitionsmenge differenzierbar ist.

<b>26</b>	<b>Baumdiagramm, Binomialverteilung</b>	Stochastik
-----------	---	------------

**Aufgabenstellung**

Ein Basketballspieler trifft den Korb bei einem Strafwurf durchschnittlich in vier von fünf Fällen. Er erhält in einem Spiel 3 Strafwürfe zugesprochen.

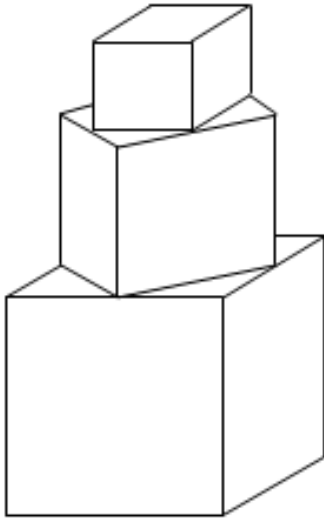
- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er mindestens 1 Treffer? Baumdiagramm?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er genau zwei Mal?

**27** GF, GR

Folgen und Reihen

**Aufgabenstellung**

Einem Würfel mit Kantenlänge 1 m wird ein zweiter Würfel so aufgesetzt, dass die Ecken der Grundfläche des zweiten Würfels auf die Kantenmitten der Deckfläche des ersten Würfels zu liegen kommen. Auf gleiche Weise wird dem zweiten ein dritter aufgesetzt etc.



- (a) Was ist eine geometrische Folge? Definition? Eigenschaften?
- (b) Wie hoch wird ein Turm aus 10 Würfeln?
- (d) Welche Höhe erreicht der Turm maximal?

**28****Tangente, Fläche****Integralrechnung****Aufgabenstellung**

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \sqrt{x}$ .



- (a) Wie sieht der Graph der Funktion qualitativ aus?
- (b) Wie lautet die Gleichung der Tangente im Punkt  $P(1/y_P)$ ?
- (c) Welche Fläche bildet die Tangente mit dem Graphen im ersten Quadranten?

<b>29</b>	<b>Kombinatorik, Binomialkoeffizient</b>	Stochastik
-----------	--	------------

**Aufgabenstellung**

Bei der mündlichen Mathematik-Matura werden an einem Morgen 12 Kandidatinnen und Kandidaten geprüft. Dabei werden drei 4-er-Gruppen gebildet.

- (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus den 12 Kandidatinnen und Kandidaten 4-er-Gruppen zu bilden?
- (b) Für die Prüfung stehen 12 Couvert zur Verfügung. Nur in einem Couvert befindet sich das Thema Stochastik, welches von allen Kandidatinnen und Kandidaten erhofft wird. Wie sieht es mit den Chancen aus, das Thema zu wählen? Würdest du eher zuerst antreten wollen, oder eher am Schluss?

**30** Uneigentliches Integral

## Integralrechnung

**Aufgabenstellung**

Du kennst das Gravitationsgesetz von Newton:  $F_G = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{c}{r^2}$ .

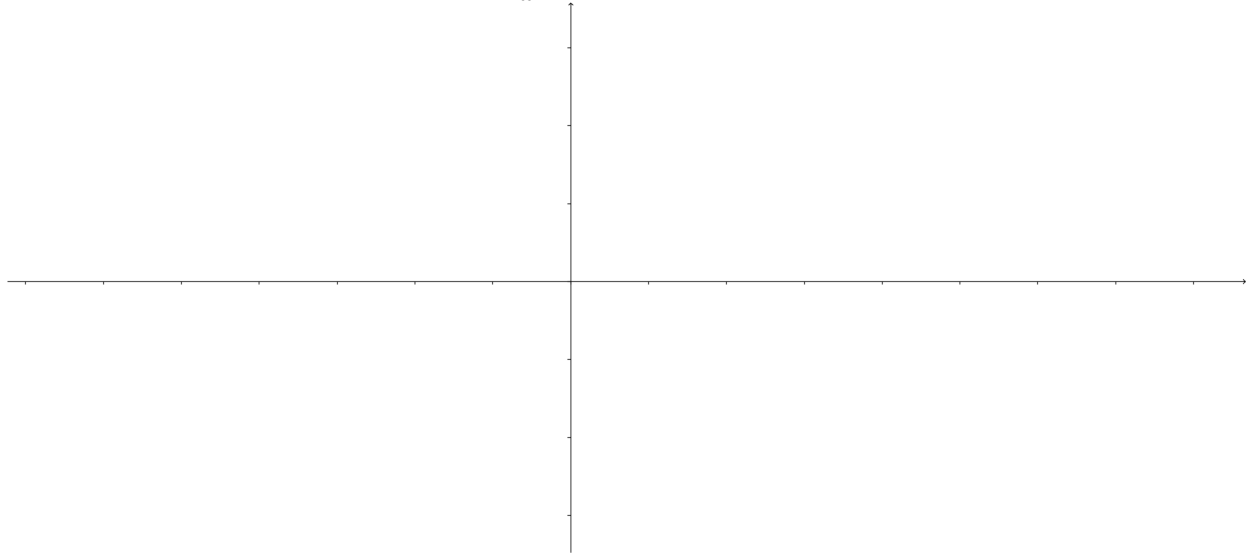


- (a) Zeichne qualitativ den Graphen dieser Funktion im Bereich  $r > 0$
- (b) Welche Arbeit ist notwendig, um eine Rakete ( $m = \text{konstant}$ ) von der Erde ins Unendliche zu befördern?



**31****Integral, ln****Integralrechnung****Aufgabenstellung**

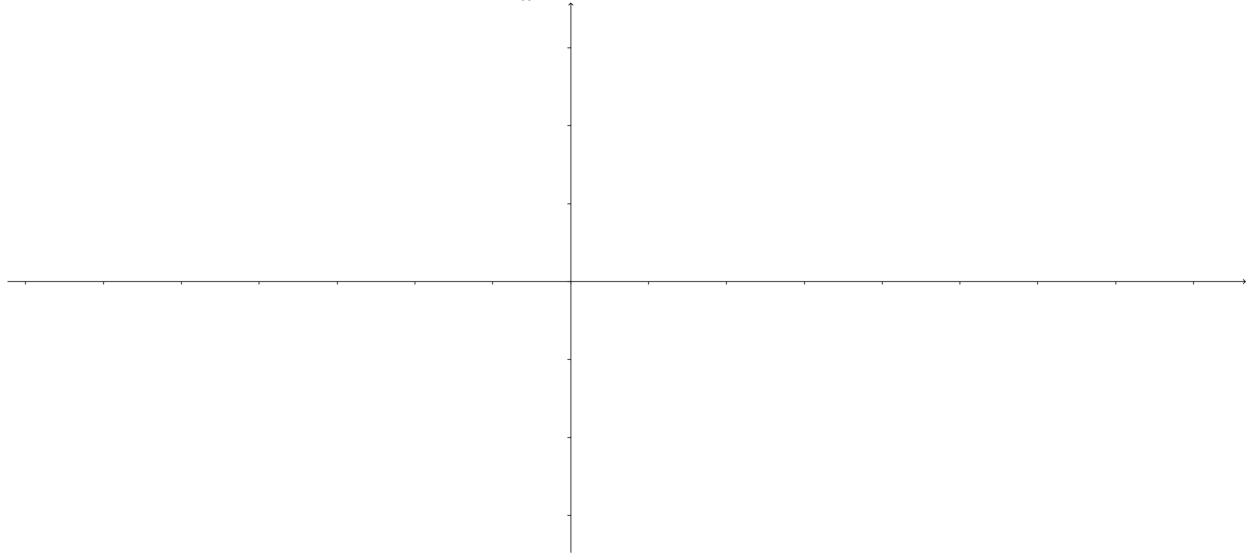
Zeichne den Graphen der Funktion  $y = \frac{1}{x}$ .



- (a) Zeige, dass die beiden Flächen in den Intervallen  $[1, p]$  und  $[q, pq]$  den gleichen Inhalt haben.
- (b) Ist das Integral  $\int_1^\infty \frac{1}{x}$  definiert?

**32****Integral, ln****Integralrechnung****Aufgabenstellung**

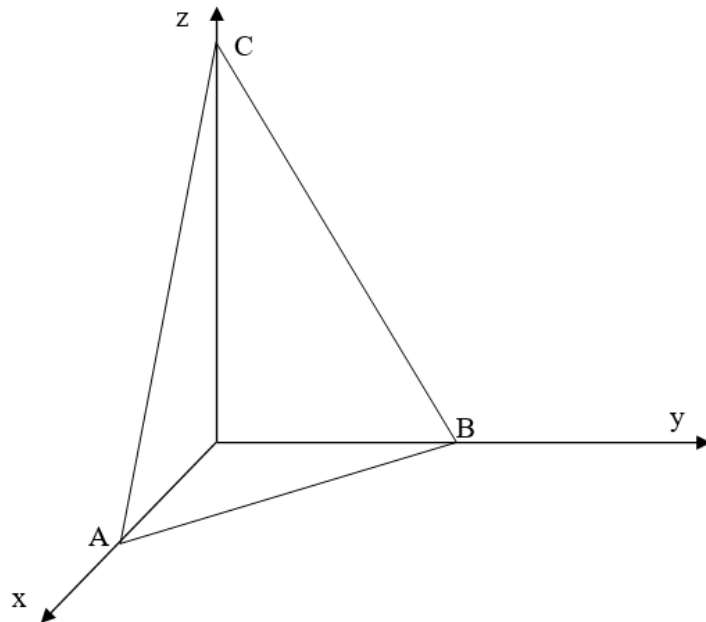
Zeichne den Graphen der Funktion  $y = \frac{1}{x}$ .



- (a) Zeige, dass die beiden Flächen in den Intervallen  $[1, p]$  und  $[q, pq]$  den gleichen Inhalt haben.
- (b) Was weißt du über den Logarithmus? (Definition, Rechenregeln, verschiedene Basen?)

**33****Ebene****Vektorgeometrie****Aufgabenstellung**

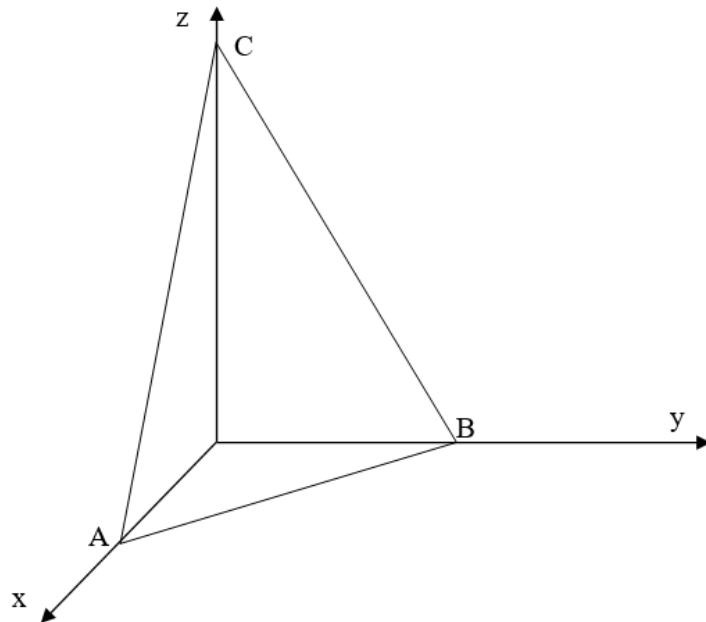
Gegeben: Punkte  $A(3/0/0)$ ,  $B(0/3/0)$  und  $C(0/0/6)$



- (a) Bestimme den Schwerpunkt des Dreiecks  $ABC$ .
- (b) Wie lautet die Gleichung der Ebene  $ABC$ ?
- (c) Wie könnte man Mittelpunkt und Radius der Inkugel bestimmen?

**34****Ebene****Vektorgeometrie****Aufgabenstellung**

Gegeben ist die Ebene  $E$  (siehe Abbildung)



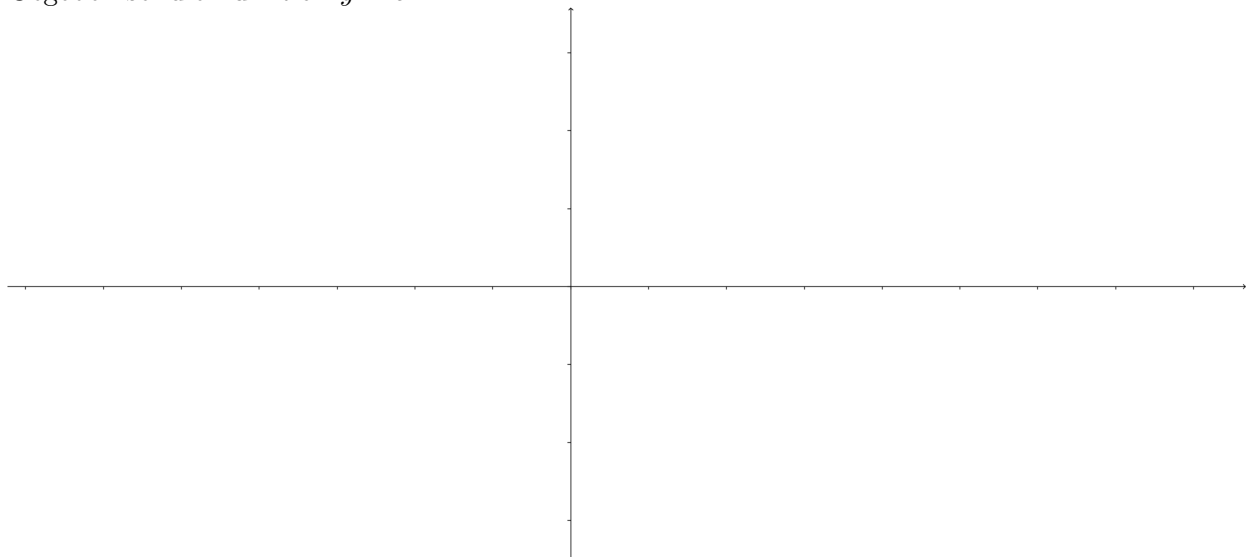
- (a) Gib eine mögliche Gleichung der Ebene  $E$  an.
- (b) Bestimme den Abstand des Punktes  $P(5/4/3)$ ?
- (c)  $Q(-10/8/11)$  von  $P$  aus sichtbar?

**35****natürliche Exponentialfunktion**

ExpoLog

**Aufgabenstellung**

Gegeben sei die Funktion  $y = e^x$



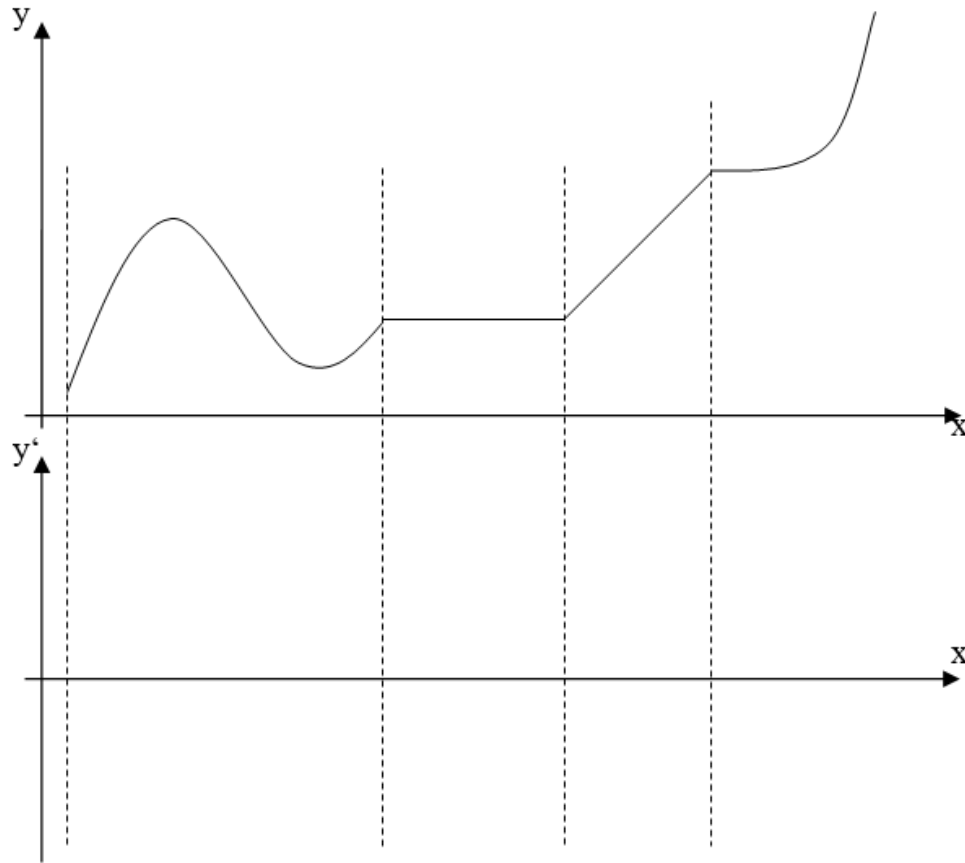
- (a) Skizziere den Graphen dieser Funktion. Welche Eigenschaften hat diese Funktion?
- (b) Woher kommt die Zahl  $e$ ?
- (c) Wie lautet die Umkehrfunktion?

**36** Graphisch Ableiten, Kurvendiskussion

## Differentialrechnung

**Aufgabenstellung**

Gegeben ist die Funktion  $f(x)$



- (a) Skizziere ins zweite Koordinatensystem unterhalb den Graphen der Ableitungsfunktion  $f'(x)$ .
- (b) Wie findet man Extremalstellen?

<b>37</b>	<b>Kombinatorik</b>	Stochastik
-----------	---------------------	------------

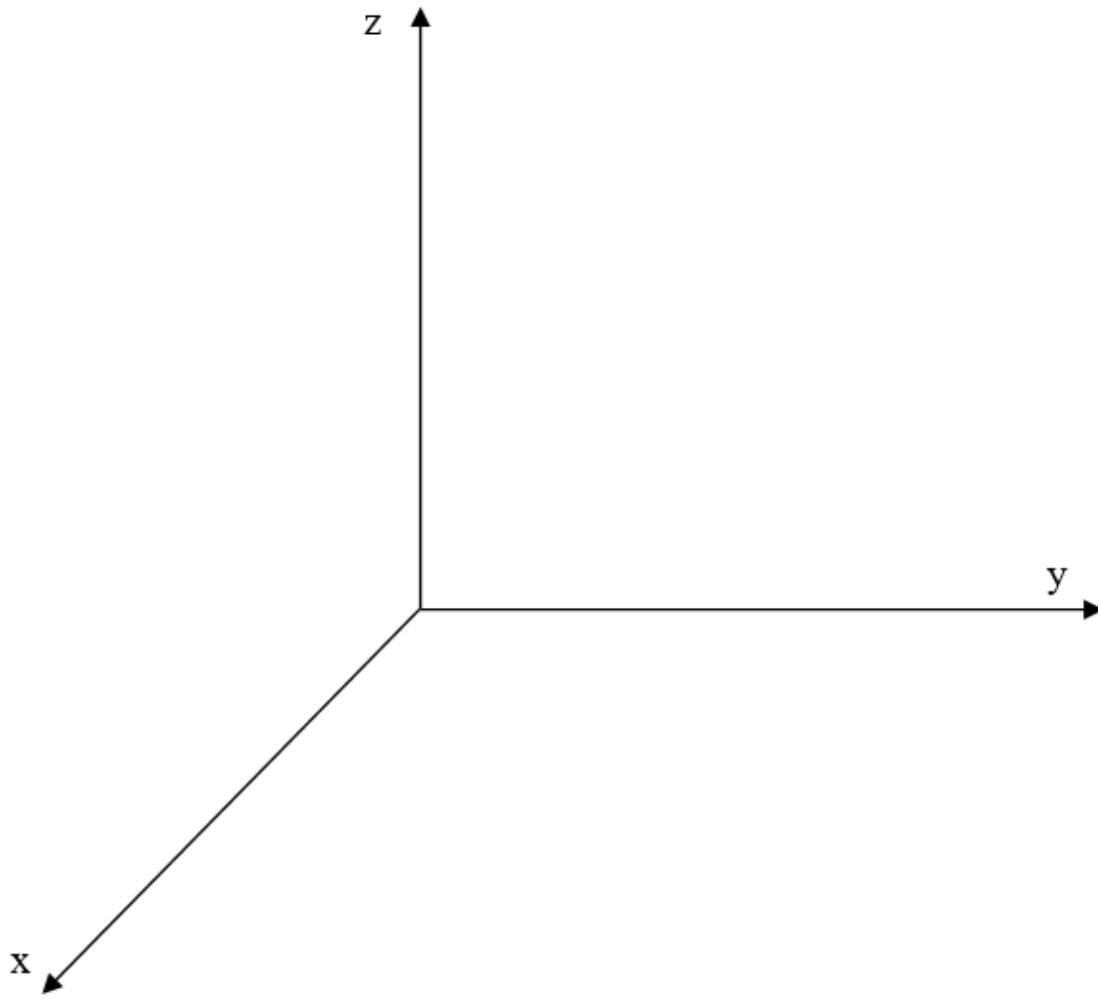
**Aufgabenstellung**

Beim Deutsch-Aufsatz der Matura stehen 3 Themen zur Auswahl, welche die 20 Kandidatinnen und Kandidaten alle gleich stark ansprechen.

- (a) Wie gross ist die W'keit, dass niemand Thema 1 wählt?
- (b) Wie gross ist die W'keit, dass genau 4 Thema 2 wählen?

**38****Ebene, Gerade****Vektorgeometrie****Aufgabenstellung**

Gegeben ist die Ebene  $E$  mit der Gleichung  $y + 2z - 8 = 0$



- (a) Welche besondere Lage hat die Ebene?
- (b) Skizziere die Ebene?
- (c) Betrachte die Gerade durch  $A(8/0/0)$  und  $B(0/8/4)$ . Wie lautet die Geradengleichung?
- (d) Wie lautet der Schnittpunkt der Geraden und der Ebene?



<b>39</b>	<b>Sigma Notation, AF, AR</b>	Folgen und Reihen
-----------	-------------------------------	-------------------

**Aufgabenstellung**

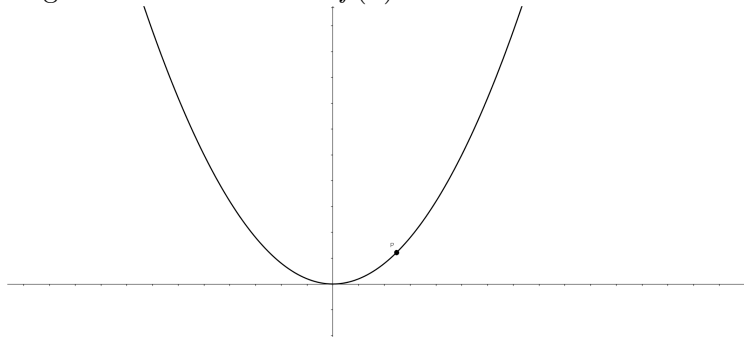
Gegeben

$$\sum_{i=1}^5 (1 + 2i)$$

- (a) Berechne den Wert des obigen Terms.
- (b) Schreibe mit dem Summenzeichen die Summe der natürlichen Zahlen von 100 bis und mit 1000.
- (c) Berechne diese Summe.

**40 Grundlagen, Regeln****Differentialrechnung****Aufgabenstellung**

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = x^2$



- (a) Bestimme die Steigung der Funktion in einem beliebigen Punkt P mit Hilfe des Differenzenquotienten. Erkläre durch entsprechende Ergänzungen in der Grafik.
- (b) Welche Ableitungsregeln sind dir bekannt?

41	2D	Vektorgeometrie
----	----	-----------------

**Aufgabenstellung**

Von einem gleichschenkligen Dreieck  $ABC$  ist die Basis durch die Eckpunkte  $A(3/7)$  und  $B(7/4)$  bestimmt.

- (a) Berechne die Koordinaten von  $C$ , so dass die Fläche des Dreiecks 25 beträgt.

<b>42</b>	<b>Geraden</b>	<b>Vektorgeometrie</b>
-----------	----------------	------------------------

**Aufgabenstellung**

Gegeben sind die Geraden:

$$g : \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

und

$$h : \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Wie ist die gegenseitige Lage der beiden Geraden?
- (b) Ist es möglich, einen Würfel zu bilden, dessen eine Kante auf g und die andere auf h liegt?  
Zwischenwinkel?

<b>43</b>	<b>GR, GF</b>	Folgen und Reihen
-----------	---------------	-------------------

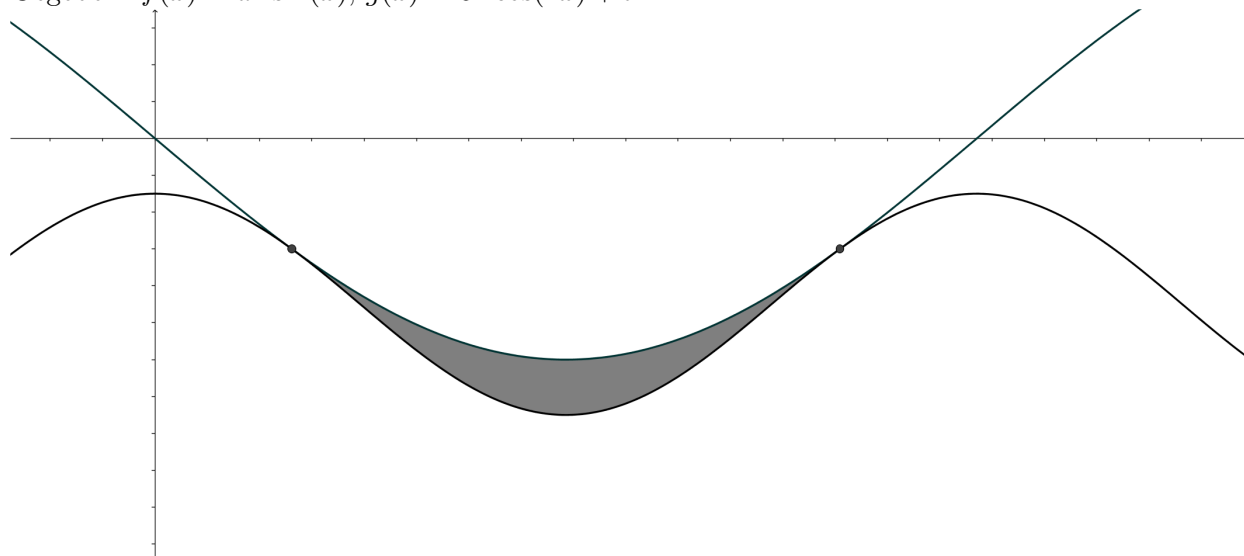
**Aufgabenstellung**

- (a) Schalte zwischen den Zahlen 243 und 48 drei Zahlen so ein, dass eine geometrische Folge entsteht.
- (b) Gegen welchen Grenzwert läuft diese geometrische Folge?
- (c) Gegen welchen Grenzwert läuft die zugehörige geometrische Reihe?

(e)

**44** Trigonometrische Funktionen

Integralrechnung

**Aufgabenstellung**Gegeben:  $f(x) = a \cdot \sin(x)$ ,  $g(x) = 6 \cdot \cos(2x) + b$ 

- (a) Welchen Einfluss auf die Graphen haben die Parameter  $a$  und  $b$  sowie die 2?
- (b) Bestimme  $a$  und  $b$  so, dass sich die Funktionen bei  $x = \frac{\pi}{6}$  berühren.
- (c) Ein weiterer Berührungspunkt liegt bei  $x = \frac{5\pi}{6}$ . Wie gross ist die von beiden Graphen eingeschlossene Fläche (siehe Abb.)

(e)

<b>45</b>	<b>Kombinatorik</b>	<b>Stochastik</b>
-----------	---------------------	-------------------

**Aufgabenstellung**

Bei einer Lotterie heisst es: "Jedes vierte Los gewinnt!" Du kaufst vier Lose.

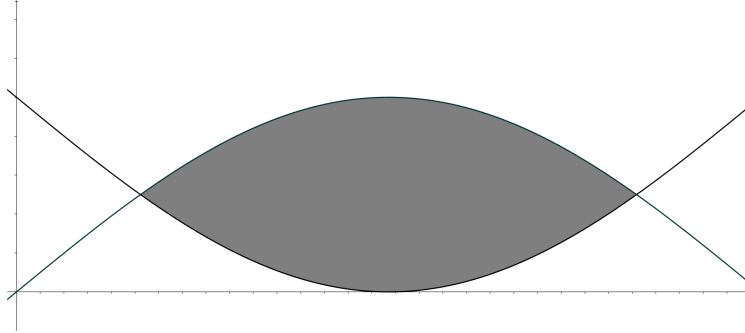
- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist mindestens 1 Gewinnlos dabei?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind genau zwei Gewinnlose dabei?

**46** Trigonometrische Funktionen, Rotationskörper

## Integralrechnung

**Aufgabenstellung**

Geg:  $f(x) = \sin(x)$ ,  $g(x) = 1 - \sin(x)$  (siehe Abb.).



- (a) Bestimme mithilfe partieller Integration das Integral:

$$\int \sin^2(x)$$

- (b) Berechne das Rotationsvolumen des schattierten Körpers.



<b>47</b>	<b>Ebenen</b>	Vektorgeometrie
-----------	---------------	-----------------

**Aufgabenstellung**

Gegeben sind die beiden Ebenen:

$$E_1 : x - 2y + 2y + 3 = 0$$

und

$$E_2 : 4x + 3z - 5 = 0$$

- (a) Bestimme das Zentrum der Kugel, das die beiden Ebenen berührt und deren Zentrum auf der  $x$ -Achse liegt.
- (b) Welchen Radius hat die Kugel

48	Vollständige Induktion	Folgen und Reihen
----	------------------------	-------------------

**Aufgabenstellung**

Zu zeigen ist: 3 ist stets ein Teiler von  $n^3 - n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

- (a) Welche zwei Teile gehören zu einer vollständigen Induktion?
- (b) Beweise obige Aussage mittels vollständiger Induktion.

<b>49</b>	<b>Vollständige Induktion</b>	Folgen und Reihen
-----------	-------------------------------	-------------------

**Aufgabenstellung**

Zu zeigen ist:

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$$

- (a) Welche zwei Teile gehören zu einer vollständigen Induktion?
- (b) Beweise obige Aussage mittels vollständiger Induktion.

<b>50</b>	<b>Rotationskörper</b>	Zusatz S
-----------	------------------------	----------

**Aufgabenstellung**

Leite die Volumenformel für eine Kugel mit Radius  $r$  her

<b>51</b>	<b>Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung</b>	Zusatz S
-----------	---	----------

**Aufgabenstellung**

Wie lautet der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung? Begründe ihn anschaulich.

<b>52</b>	<b>Folgen und Reihen</b>	Zusatz S
-----------	--------------------------	----------

**Aufgabenstellung**

Wie lautet die Definition von Konvergenz einer Folge in  $\varepsilon$  Notation?

Was ist ein Häufungspunkt?