Logarithmen liefern Exponenten.

$\log_a(x) = y \qquad a^y = x$

$\log_a(a^x) = x \qquad a^? = a^x$

$a^{\log_a(x)} = x \qquad \underline{\log_a(x)} = y \qquad a^y = x$

Anwendung:

Schreibe a^x als $e^?$ $\qquad \ln(x) = \log_e(x)$

$$a^x = e^{\ln(a^x)} = e^{x \cdot \ln(a)}$$

Potenz- und Logarithmusgesetze

$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$

$(a^x)^y = a^{x \cdot y} \qquad \log_a(x^y) = y \cdot \log_a(x)$

⚠ $a^{x^y} = a^{(x^y)} \neq (a^x)^y$ ⚠ $\qquad \boxed{\ln(x) = \log_e(x)}$

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$$\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)} = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

Fundamentum Seite 16

Exponential- und Logarithmusfunktionen

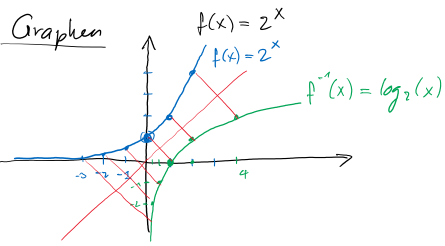
Potenzfunktion $\quad f(x) = x^p$ ← Argument in der Basis.

Umkehrfunktion $\quad f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{p}}$

Exponentialfunktion $\quad f(x) = a^x$ ← Argument im Exponent

Umkehrfunktion $\quad f^{-1}(x) = \log_a(x)$

Graphen



Wachstums- und Zerfallsprozesse

Typische Anwendungen von Exponentialfunktionen

Verdoppelung alle 3 Tage

$f(t) = N_0 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$

t: Zeit in Tagen.

N_0: Bestand zur Zeit $t=0$

Wann ist $f(t) = 1000$

$2^{\frac{t}{3}} = 1000 \quad | \log_2(\cdot)$

$\frac{t}{3} = \log_2(1000) \quad | \cdot 3$

$t \approx 3 \cdot 10 = 30$

Zinseszins, Bakterienwachstum

Zerfall $\qquad$ Halbwertszeit T, Anfangsbestand N_0

$$f(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$